Место для скобы

003381

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1
3.	Класс	10
4.	Фамилия	КУДРЯВЦЕВА
	Имя	АНАСТАСИЯ
	Отчество	ВАЛЕРЬЕВНА
5.	Дата рождения	Число: 11; Месяц: 08; Год: 2004
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Кемеровская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Прокопьевск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ „Школа с углубленным изучением отдельных предметов №32"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

Место для скобы

Шифр 003381

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
21 б	3.04.21	Гендрина И.Ю.	

Задание 1.

Для того чтобы три числа: $\sqrt{x^2+2021}-x$, $\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+2021}$, $2x-\sqrt{x^2+2021}$; являлись целыми, необходимо нацело извлечь значение подкоренного выражения из под знака корня.

$\sqrt{x^2+2021} \in Z$; $\sqrt{x^2+2} \in Z$

Пробуем подобрать значение:

1) $\sqrt{x^2+2021}=49$

$x^2+2021=2401$

$x^2=380$ (не подходит, так как x будет иррациональным числом

2) $\sqrt{x^2+2021}=45$

$x^2+2021=2025$

$x^2=4$

$x=2$ – данное значение x подходит для выражения $\sqrt{x^2+2021}$

Подставляем значение $x=2$ в выражение $\sqrt{x^2+2}$:

$\sqrt{2^2+2}=\sqrt{4+2}=\sqrt{6}$ – корень нацело не извлекается, поэтому данное значение x не подходит.

Проверим возможность извлечения других значений x в выражение $\sqrt{x^2+2}$:

$x=1$

$\sqrt{1^2+2}=\sqrt{3}$ – не подходит

$x=3$

$\sqrt{3^2+2}=\sqrt{11}$ – не удовлетворяет условие

$x=9$

$\sqrt{9^2+2}=\sqrt{83} \Rightarrow$ при любых значениях x выражение $\sqrt{x^2+2}$ будет иррациональным

Из этого можно сделать вывод, что не существует такого числа x, при котором все три числа являются целыми.

7 б

Задача 3.

$f(x)=ax^2+bx+c$ $\qquad f(x)=2021$, (x_1+x_2) – ?

$f(0)=c$ $\qquad f(2)=4a+2b+c$

$f(1)=a+b+c$ $\qquad f(3)=9a+3b+c$

$f(0)+f(1)=0 \Rightarrow c+a+b+c=0$

$2c+a+b=0$

$2c=\frac{-a+b}{2}$

$f(2)+f(3)=0 \Rightarrow 4a+2b+c+9a+3b+c=0$

$13a+5b+2c=0$

7 б

1	2	3	4	5
7	5	7	0	2

Место для скобы

Шифр 003381

$$\begin{matrix} 2c+a+b=0 \\ 13a+5b+2c=0 \end{matrix} \Rightarrow 2c+a+b=13a+5b+2c$$

$$\cancel{2c}+a+b=13a+5b+\cancel{2c}$$

$$12a+4b=0 \quad :4$$

$$3a+b=0$$

$$b=-3a \quad \Rightarrow c=\frac{-a-3a}{2}=\frac{-4a}{2}=-2a.$$

$$f(x)=2021.$$

$$ax^2+bx+c=2021$$

$$ax^2-3ax-2a-2021=0$$

$$ax^2-3ax-(2a+2021)=0$$

$$D=9a^2+4a(2a+2021)=9a^2+8a^2+8084a=17a^2+8084a$$

$$\sqrt{D}=\sqrt{17a^2+8084a}$$

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{+3a+\sqrt{17a^2+8084a}}{2a}$$

$$x_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{3a-\sqrt{17a^2+8084a}}{2a}$$

$$x_1+x_2=\frac{3a+\sqrt{17a^2+8084a}}{2a}+\frac{3a-\sqrt{17a^2+8084a}}{2a}=\frac{6\cancel{a}}{2\cancel{a}}=3$$

Ответ: 3.

Задача 2.

$$\begin{cases} xz+5yz-6xy=-2y \\ 2xz+9yz-9xy=-12y \\ yz-2xy=6y \end{cases}$$

$$\begin{cases} xz+5yz-6xy=-2y \\ 2xz+9yz-9xy=-12y \\ y(z-2x-6)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xz+5yz-6xy=-2y \\ 2xz+9yz-9xy=-12y \\ \left[\begin{array}{l} y=0 \\ z-2x-6=0 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=0 \\ xz+5yz-6xy=-2y \\ 2xz+9yz-9xy=-12y \end{cases} \\ \begin{cases} z-2x=6 \\ xz+5yz-6xy=-2y \\ 2xz+9yz-9xy=-12y \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=0 \\ xz=0 \\ 2xz=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} y=0 \\ x=0 \\ z=0 \end{matrix} \\ \begin{cases} z=6+2x \\ xz+5yz-6xy=-2y \\ 2xz+9yz-9xy=-12y \end{cases} \end{array}\right.$$

5б

I решение: $(0;0;0)$

II решение: если $y\neq0 \Rightarrow z-2x=6$

Место для скобы

Шифр 003381

$$\begin{cases} xz+5yz-6xy=-2y \quad (\cdot -2) \\ 2x+9yz-9xy=-12y \\ z-2x=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2xz-10yz+12xy=4y \\ 2xz+9yz-9xy=-12y \\ z=6+2x \end{cases} +$$

$$\begin{cases} z=6+2x \\ -yz+3xy=-8y \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=6+2x \\ -y(6+2x)+3xy=-8y \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=6+2x \\ -6\cancel{y}-2x\cancel{y}+3x\cancel{y}=-8\cancel{y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=6+2x \\ -6-2x+3x=-8 \end{cases}$$

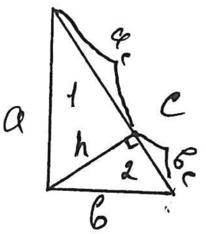
$$\begin{cases} z=6+2x \\ x=-2 \\ -4+10y+12y=-2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=2 \\ x=-2 \\ y=\frac{1}{6} \end{cases}$$ – II решение!

Не все вариант рассмотрены

Ответ: $(0;0;0)$; $(-2;\frac{1}{6};2)$

Задача 5



$h+c < a+b$?

$a+b > c$ (по признаку треугольника)

$$+\begin{cases} h < a+a_c \text{ (из 1 треугольника)} \\ h < b+b_c \text{ (из 2 треугольника)} \end{cases}$$

$2h < a+b+a_c+b_c$

$2h < a+b+c$

$h < \frac{a+b+c}{2}$

$h+c < \frac{a+b+c}{2}+c$

$h+c < \frac{a+b+c+2a+2b}{2}$

$h+c < \frac{3a+3b+c}{2}$

$h+c < \frac{2a+2b}{2}$

$h+c < a+b$

$\frac{c}{2} < \frac{a+b}{2}$

$a+b-c > 0$

$a+b > c$

=> Возможно чтобы сумма $c+h$ была меньше суммы $a+b$.

2 б

Ответ неверный