Место для скобы

019339

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1
3.	Класс	10
4.	Фамилия	КУЦУКОВ
	Имя	ДАНИЛ
	Отчество	АНДРЕЕВИЧ
5.	Дата рождения	24 (Число) 01 (Месяц) 2004 (Год)
6.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Кемеровская обл.
7.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
8.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Асино)*	Междуреченск
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ Лицей № 20 (Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение Лицей № 20)

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Куц

10.	Контактный телефон	+79234602991
11.	e- mail	danilkuckukov303@gmail.com
12.	Профиль в вк	https://vk.com/xtonzie
13.	Документ, удостоверяющий личность	3217 (серия) 884402 (номер) ГУ МВД России по Кемеровской области (кем и когда выдан) 03.02.2018 (кем и когда выдан)
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (да/нет)	нет
15.	Сирота (да/нет)	нет
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (да/нет)	да

Место для скобы

Шифр 019339

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
21	17.03.20	Гендуренко И.Ю.	

№1 $2[x]+\{3x\}=\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}$, т.к. $\{3x\}<1$, и $2[x]\in\mathbb{Z}$, то

$\begin{cases}2[x]=2\\ \{3x\}=\frac{1}{3}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}[x]=1\\ \{3x\}=\frac{1}{3}\end{cases}$

$\{3x\}=\frac{1}{3}$ => если представить $3x$ в виде ~~простой~~ обыкновенной дроби, то в знаменателе будет 3, а значит у x в знаменателе будет 9. Тогда возможные варианты для $\{x\}$:

$\frac{1}{9}$; $\frac{1}{9}\cdot 3=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ - подх $\frac{2}{9}$; $\frac{2}{9}\cdot 3=\frac{2}{3}$ - не подх.

7

$\frac{4}{9}$; $\frac{4}{9}\cdot 3=\frac{12}{9}=1\frac{3}{9}=1\frac{1}{3}$ - подх. $\frac{5}{9}$; $\frac{5}{9}\cdot 3=\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}$ - не подх.

$\frac{7}{9}$; $\frac{7}{9}\cdot 3=\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}$ - подх. $\frac{8}{9}$; $\frac{8}{9}\cdot 3=\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$ - не подх.

Тогда возможные варианты числа x: $1\frac{1}{9}$; $1\frac{4}{9}$; $1\frac{7}{9}$

Ответ: $1\frac{1}{9}$; $1\frac{4}{9}$; $1\frac{7}{9}$

№3 Да, возможно, например, если $f(x)=ax^2+bx+c$, $a=1$, $b=3$, $c=2$

$f(x)=x^2+3x+2$, $\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-2\end{array}\right.$ - корни трехчлена

—

$f(x^2+y^2)-f(xy\cdot 2)=(x^2+y^2)^2+3(x^2+y^2)+2-(2xy)^2-3(xy\cdot 2)-2=$

$=x^4+2x^2y^2+y^4+3(x^2+y^2-2xy)-4x^2y^2=x^4-2x^2y^2+y^4+3(x-y)^2=(x^2-y^2)^2+3(x-y)^2$

$(x^2-y^2)^2\geq 0$, $3(x-y)^2\geq 0$ => $(x^2-y^2)^2+3(x-y)^2\geq 0$ => $f(x^2+y^2)\geq f(2xy)$ для любых x,y

Условие выполняется, значит пример подходит

Ответ: да, возможно.

 Чистовик

то для
обы

Шифр 019339

№4 $(a+b)(ab+2025) \leq 180ab$ не выполняется при $a=1$, $b=0$:

$(1+0)(1\cdot 0+2025) \leq 180\cdot 0\cdot 1$

$1\cdot 2025 \leq 0$

$2025 \leq 0$

Но, если поменять знак нер-ва, оно будет выполняться при $a\geq 0$, $b\geq 0$:

$(a+b)(ab+2025) \geq 180ab$

$a^2b+b^2a+2025a+2025b-180ab \geq 0$

$a^2b+b^2a+2025a+2025b-90a-90b \geq 0$

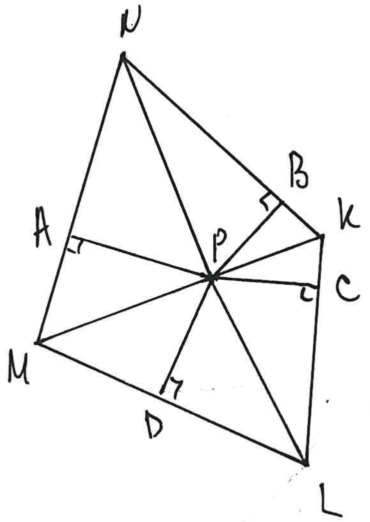
$a^2b+2025b-90ab+b^2a+2025a-90ab \geq 0$

$b(a^2-90a+2025)+a(b^2-90b+2025) \geq 0$

$b(a-45)^2+a(b-45)^2 \geq 0$ – верно, т.к. $b\geq 0$, $(a-45)^2\geq 0$, $a\geq 0$, $(b-45)^2 \geq 0$

7

№5



Дано: MNKL – четырехуг., P – точка

$MP^2+NP^2+KP^2+LP^2=2S$

Решение: проведем из т. P высоты на каждую из сторон, обозначим их основания за A, B, C, D

Тогда по т. Пифагора $PL^2=PD^2+DL^2$; $PM^2=PA^2+AM^2$;

$PN^2=PB^2+BN^2$; $PK^2=PC^2+CK^2$

$2S=2(S_{PNK}+S_{NPM}+S_{MPL}+S_{PLK})=2(\frac{1}{2}PB\cdot NK+\frac{1}{2}PA\cdot MN+\frac{1}{2}PD\cdot ML+\frac{1}{2}PC\cdot KL)$

$=PB\cdot NB+PB\cdot BK+PA\cdot NA+PA\cdot MA+PD\cdot MD+PD\cdot DL+PC\cdot CL+PC\cdot CK=$

$=PL^2+PM^2+PN^2+PK^2=PD^2+DL^2+PA^2+AM^2+PB^2+BN^2+PC^2+CK^2$

2

$\cancel{PL^2+PM^2+PN^2+PK}$

$PD^2+DL^2+PA^2+AM^2+PB^2+BN^2+PC^2+CK^2-PB\cdot NB-PB\cdot BK-PA\cdot NA-PA\cdot MA-PD\cdot MD-PD\cdot DL-PC\cdot CL-PC\cdot CK=0$

$PD(PD-MD)+DL(DL-PD)+PA(PA-NA)+MA(MA-PA)+PB(PB-BK)+BN(BN-PB)+PC(PC-CL)+CK(CK-PC)=0$

Т.к. длины сторон всегда положительны, то получаем

$MD=PD=DL$; $NA=PA=MA$; $BK=BP=BN$; $CL=PC=CK$

Тогда в $\triangle MDP$ – р/б и прямоуг. $\Rightarrow \angle PML=45°$

Аналогично углы $\angle PMN=\angle MNP=\angle PNK=\angle PKN=\angle PKL=\angle PLK=\angle PLM=\angle PML=45°$

Также $\angle MPL=\angle MPN=\angle NPK=\angle KPL=90°$ (суммы углов, равных по 45°) (1)

Значит $\angle NML=\angle MLK=\angle LKN=\angle KNM=90° \Rightarrow MNKL$ – прямоуг.

Диагонали пересекаются под углом 90° (1) $\Rightarrow$ MNKL – квадрат, а т. P – точка пересечения диагоналей.

3 страница Чистовик