Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

003107

Шифр

1.	Предмет	математика
2.	Вариант	
3.	Класс	9
4.	Фамилия	КУЦАНОВ
	Имя	ТИМОФЕЙ
	Отчество	МАКСИМОВИЧ
5.	Дата рождения	Число: 06; Месяц: 09; Год: 2006
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Томская обл.
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Томск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	НОУ "Католическая гимназия"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Куц

Шифр 003107

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
15	29.03	Коряскина Е.Е.	[illegible]

Задача 4.

Для доказательства раскроем скобки в данном выражении:

$$(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)-(ax+bz)^2-(by+cx)^2-$$
$$-(cz-ay)^2 = \cancel{a^2x^2}+\cancel{a^2y^2}+a^2z^2+b^2x^2+\cancel{b^2y^2}+\cancel{b^2z^2}+$$
$$+\cancel{c^2x^2}+c^2y^2+\cancel{c^2z^2}-\cancel{a^2x^2}-2axbz-\cancel{b^2z^2}-\cancel{b^2y^2}-$$
$$-2bycx-\cancel{c^2z^2}+2czay-\cancel{a^2y^2}-\cancel{c^2x^2}=$$
$$=a^2z^2+b^2x^2+c^2y^2-2axbz-2bycx+2czay.$$
$$=(az)^2+(bx)^2+(cy)^2-2(az\cdot bx)-2(bx\cdot cy)+2(cy\cdot az)$$
$$=(bx-az-cy)^2,$$ ч.т.д.

+

1	2	3	4	5	Σ
5	2	0	7	1	15

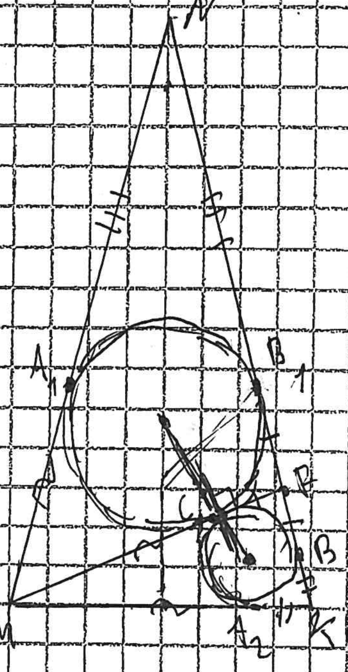
Задача №2

Примем стоимость пары кроссовок за x, костюма за y, а футболки за z. Тогда по условию за 2 дня ~~продали~~ выручили $13x+2y+z$ денег. Также известно, что пара кроссовок дешевле костюма и дороже футболки на одну и ту же сумму, то есть числа z, x, y в заданном порядке скобы

Шифр 003107

образуют арифметическую прогрессию. Значит,
$2x = y + z$. Также сказано, что число $13x + 2y + z$
делится на 2. Преобразуем выражение:
$13x + 2y + z = 13x + y + z + y = 13x + 2x + y = 15x + y$
Это означает, что числа x и y могут быть
или оба чётными, или оба нечётными, т.к.
15 · неч + неч = неч + неч = чёт, 15 · чёт + чёт = чёт.
Но тогда разность x и y будет всегда чётной,
а значит, z тоже будет в 1 случае чётным
числом, а во 2 нечётным. Итак, у нас 2 варианта.
Или числа x, y z все чётные, ~~либо~~ либо все нечётные.
Если числа x, y, z все чётные, то.

Ответ: 7 или 8.



Задача 5

Для начала вычислим площадь тр-ка по формуле Герона:
$S = \sqrt{\frac{8+8+4}{2} \cdot (10-8)(10-8)\cdot(10-4)} = \sqrt{10\cdot2\cdot2\cdot6} = 4\sqrt{15}$. Ясно, что сумма площадей треугольников MNF и MKF равна $4\sqrt{15}$.

Также ясно, что $NA_1 = NB_1$.

$MA_2 = MC_1 = MA_1$, $A_2K = B_2K$, $FC_1 = FB_1 = FB_2$

Тогда $P_{тр} = 10 = MA_1 + MA_1 + FB_1 + KA_2 =$

$= P_{MFK} + MA_1 + = P_{MFK} + A_2K$.

~~Радиус вписанной окр. треуг. NMK равен полусумме радиусов окружностей.~~

Из равнобедренности ΔNMK следует, что $MA_1 =$

$= MA_2 = 2B_2F + B_2K = P_{FMK} - 2MA_1 - B_2K$.

Задача 3.

Если данное равенство выполняется для всех действительных n, то оно выполняется и для $n = 2022$ и $y = 0$, а также для $n = 0$ и $y = 0$.

Подставляем данные значения в выражение:

$g(2022) = 2022(g(2022) + g(0)) - 2021 \cdot 2022 \cdot 0$ и

$g(0) = 2022(g(0) + g(0)) - 2021 \cdot 0 \cdot 0$.

Получаем, что $g(0) = 4044\,g(0) \Rightarrow g(0) = 0$.

Тогда получается, что $g(2022) = 2022 \cdot g(2022) - 0 =$

$= g(2022) \cdot 2022 \Rightarrow g(2022) = 0$.

Ответ: $g(2022) = 0$

Место для скобы

Шифр 003107

Задача 1.

Примем $x+2019$ за z:

$$z(z+1)+(z+1)(z+2)+z(z+2)=y^2$$

$$z^2+z+z^2+3z+2+z^2+2z=y^2$$

$$3z^2+6z+2=y^2, \quad 3z^2+6z+3=y^2+1;$$

$$\cancel{3(z^2} \; 3(z^2+2z+1)=y^2+1;$$

$3(z+1)^2=y^2+1$. Мы получили, что y^2+1 должно делиться на 3, иначе $(z+1)^2$ не будет целым числом, тогда z, а значит, и x не будут целыми, противоречие. Но тогда y^2+1 делится на 3 $\Rightarrow y^2 \equiv 2 \mod 3$, а этого не может быть, так как квадраты целых чисел всегда сравнимы с 0 или 1 по модулю 3. Получили противоречие, значит, таких целых чисел не существует.

Ответ: не существует.