Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

004068

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	2
3.	Класс	8
4.	Фамилия	КУЦАНОВ
	Имя	ТИМОФЕЙ
	Отчество	МАКСИМОВИЧ
5.	Дата рождения	Число: 06; Месяц: 09; Год: 2006
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Томская обл.
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	Город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Томск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	Католическая гимназия г. Томска.

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Куц

Место для скобы

Шифр 004068

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
23б	4.04.21	Гендрико И.Ю.	

1) Преобразуем выражение:

$$\frac{2ab(a^3-b^3)}{a^2+ab+b^2} - \frac{(a^4-b^4)(a-b)}{a^2-b^2} =$$

$$= \frac{2ab(a-b)\cancel{(a^2+ab+b^2)}}{\cancel{a^2+ab+b^2}} - \frac{\cancel{(a^2-b^2)}(a^2+b^2)(a-b)}{\cancel{a^2-b^2}}$$

$$2ab(a-b)-(a^2+b^2)(a-b)$$

Далее вынесем $(a-b)$ за скобки:

$(2ab-a^2-b^2)(a-b)$;

$(-a^2+2ab-b^2)(a-b)$; $(-(a^2-2ab+b^2))(a-b) =$

$= (-(a-b)^2)\cdot(a-b) = -(a-b)^3$

$$a-b = \begin{array}{r} -1{,}888\ldots88 \\ -\;\;2{,}111\ldots12 \\ \hline -4{,}000\ldots00 \end{array} = -4$$

7б

1	2	3	4	5
7	4	1	4	7

$-(-4^3) = -(-64) = 64.$

Ответ: 64

Место для скобы

Шифр 004068

4) $a^2b - a^2c - c^2b > b^2a - b^2c - c^2a \Leftrightarrow$

$a^2b - a^2c - c^2b - b^2a + b^2c + c^2a > 0 \Leftrightarrow$

$a^2b - a^2c + b^2c - b^2a + c^2a - c^2b > 0 \Leftrightarrow$

$a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) > 0 \Leftrightarrow$

$a^2(b-c) - b^2(a-c) + c^2(a-b) > 0. \Leftrightarrow$

$a^2(b-c) + c^2(a-b) - b^2(a-c) > 0.$

$a^2 \geqslant 0$, $b-c > 0$ т.к $b > c$; $c^2 \geqslant 0$, $a-b > 0$ т.к $a > b$; $b^2 \geqslant 0$, $a-c > 0$ т.к. $a > c$.

4б

нерав.

В результате мы получаем: ~~сумму~~ (т.к $b^2 < a^2$, но $b^2 > c^2$), что $b^2(a-c) < a^2(b-c) + c^2(a-b)$, а значит, имеем сумму 3 положительных чисел, которая, очевидно, больше 0 (т.к все эти числа не могут одновременно быть равными 0, иначе $a = b = c = 0$ ↯).

обоснование

2) $(y-2020)^2 - x^2 + 2x - 14 = 0$

Так как $(y-2020)^2$ стоит в квадрате, то логично предположить, что $(y-2020)^2 = n \cdot x^2$

Получаем ур-ие $(n-1)x^2 + 2x - 14 = 0$. Нужно посмотреть, при каких n ур-ие имеет хотя бы 1 целый корень.

Запишем теорему Виета:

$x_1 \cdot x_2 = \frac{-14}{n-1}$ ц. $x_1 + x_2 = -\frac{2}{n-1}$ ц. $-\frac{2}{n-1}$

1	2	3	4	5

Место для скобы

Шифр 004068

Кроме того, n должен обязательно быть точным квадратом, иначе $\underbrace{2020-y}_{ц} = \underbrace{\sqrt{n} \cdot x}_{ирр\ ч} \Rightarrow$ целое число = ирр. число, ↯

Заметим, что если $n = 1$, то уравнение будет линейным, т. к. $n - 1 = 0$, $x^2 \cdot 0 = 0$. $2x - 14 = 0$, $x = 7$. $y = 2020 - x$, или $x + 2020$. Отсюда получаем 2 пары чисел: $(7; 2027)$, и $(7; 2013)$.

4б

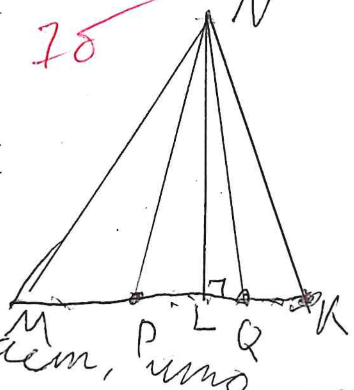
Никакие $n > 4$ нам не подходят, потому что дискриминант не будет точным квадратом. Значит, у нас 2 решения. $(7; 2027)$ и $(7; 2013)$

не все решения найдены

Ответ: $(7; 2027)$; $(7; 2013)$.

5) Рассуждаем от противного: предположим, что 4 отрезка из этих имеют равные длины и 3 других имеют равные длины.

7б



Отрезки MN, NP, NQ и NK не равны, т. к. точки M, P, Q и K лежат на одной прямой, и из неравенства треугольника вытекает, что чем больше расстояние от перпендикуляра до точки, тем длиннее отрезок, соед. осн. перпендикуляра и данную точку, т. е. наклонная.

<u>Доказательство леммы</u>: проведем перпендикуляр NL, $NQ > NL$ потому, что $NL + LQ > NQ$, а $NQ + LQ > NL \Rightarrow NQ > NL$.

Место для скобы

Шифр

Получается, что $MN \neq NP \neq NQ \neq NK$, т.к. $MP \leq MQ < MK$. Получается, как минимум 4 отрезка из 7 имеют неравные длины. А мы хотели, чтобы как минимум 4 отрезка ~~будут~~ были равны, а из 1 утверждения, получаем, что не более 3 отр. имеют равные длины. ↯

~~Ответ: нет.~~

~~(NK~~ Тогда может быть только такой вариант: $MP = PQ = KQ =$ какому-нибудь из 4 оставшихся: MN, или NP, или NQ, или NK, но тогда 3 оставшихся отрезка не будут равны ↯

Ответ: нет.

3) Имеем ур-ие $513000x + 135000y = 14327950$ р. $- z$, $z \leq 15000$ р.

Заметим, что и 513000, и 135000 делятся на 9 и имеют на конце 3 нуля. ~~Это~~

А $1+4+3+2+7+9+5 = 10+12+9 \not\vdots\, 9$, ближайшее число − ~~18~~ 27, 18. Заметим еще, что ближайшее число, которое делится на 9 и имеет на конце 3 нуля − ~~14319000.~~ 14322000. Предположим, что купили только автомобили,

1 б

531