ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

004520

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

1.	Предмет	Орг. документы
2.	Вариант	Математика 10 класс Вариант 3 закл
3.	Класс	10
4.	Фамилия	К Р И В Е Ж Е Н К О
	Имя	И В А Н
	Отчество	В А С И Л Ь Е В И Ч
5.	Дата рождения	2 9 (число) 0 2 (месяц) 2 0 0 4 (год)
6.	Страна	Россия
7.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Мурманская обл
8.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	Город
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	Мурманск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ г. Мурманска "Гимназия №10"

1	2	3	4	5	Σ
1	5	7	7	3	23

Место для скобы

Шифр 004520

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри

ЗАДАЧА 3.

$f(x) = ax^2 + bx + c$

1) $f(0) + f(1) = 0 + 0 + c + a + b + c = a + b + 2c$

По условию $f(0) + f(1) = 0 \iff a + b + 2c = 0$

2) $f(2) + f(3) = 4a + 2b + c + 9a + 3b + c = 13a + 5b + 2c$

По условию $f(2) + f(3) = 0 \iff 13a + 5b + 2c = 0$

Тогда составим систему уравнений:

$$\begin{cases} a + b + 2c = 0 & (1) \\ 13a + 5b + 2c = 0 & (2) \end{cases}$$

$a + b + \cancel{2c} = 13a + 5b + \cancel{2c}$

$12a + 4b = 0 \quad |:4$

$3a + b = 0$

$b = -3a \quad (3)$

Подставим (3) в (1): $a - 3a + 2c = 0$

$2c - 2a = 0$

$a = c \quad (4)$

Подставим (4) в (3): $b = -3c \quad (5)$

Тогда, мы знаем соотношение параметров a, b, c:

$f(x) = cx^2 + (-3c)x + c = cx^2 - 3cx + c$

$f(x) = 2022$

$cx^2 - 3cx + c = 2022$

$cx^2 - 3cx + (c - 2022) = 0$

По теореме Виета:

$x_1 + x_2 = -\frac{-3c}{c}$

$x_1 + x_2 = 3$

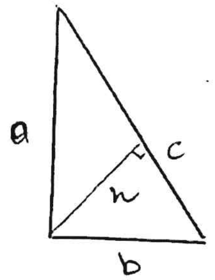
Значит, сумма корней уравнения $f(x) = 2022$, равна 3

Ответ: 3

Место для скобы

Шифр 004520

ЗАДАЧА 5.



$c=\sqrt{a^2+b^2}$

$h=\frac{a\cdot b}{c}=\frac{a\cdot b}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$c+h \vee a+b$

$\sqrt{a^2+b^2}+\frac{a\cdot b}{c} \vee a+b$

$\sqrt{a^2+b^2}+\frac{a\cdot b}{\sqrt{a^2+b^2}} \vee a+b$

$\sqrt{a^2+b^2}\cdot\left(1+\frac{a\cdot b}{a^2+b^2}\right) \vee a+b$

коэффициент умножения больше единицы.

? А значит, что при любых a и b сумма c+h будет всегда больше, чем a+b

обоснования нет. -

Ответ: не возможно, что сумма c+h была меньше a+b.

ЗАДАЧА 2.

$\begin{cases}3xy-5yz-xz=3y\\-5xy+4yz+xz=-4y\\xy+yz=-y\end{cases}$; $\begin{cases}3\cancel{xy}-5\cancel{yz}-\cancel{xz}-5\cancel{xy}+4\cancel{yz}+\cancel{xz}+\cancel{xy}+\cancel{yz}=-2y\\-5xy+4yz+xz=-4y\\xy+yz=-y\end{cases}$;

$\begin{cases}-xy=-2y\\-5xy+4yz+xz=-4y\\xy+yz=-y\end{cases}$; $\begin{cases}y(x-2)=0\\-5xy+4yz+xz=-4y\\xy+yz=-y\end{cases}$; $\begin{cases}y=0\\x=2\\-5xy+4yz+xz=-4y\\xy+yz=-y\end{cases}$

(1) $y=0$:

$xz=0$

$x=0$

$=0$

$(0;0;0)$

(2) $x=2$:

$\begin{cases}-10y+4yz+2z=-4y\\2y+yz=-y\end{cases}$; $\begin{cases}3y-2yz+z=0\\y(3+z)=0\end{cases}$;

Место для скобы

Шифр 004520

$$\begin{cases} y=0 \\ z=-3 \\ 3y-2yx+z=0 \end{cases}$$

при $z=-3$ и $x=2$:

$$3y+2y\cdot 3+3=0$$
$$3y+6y+3=0$$
$$9y=-3$$
$$y=-\frac{1}{3} \qquad \left(2;-\frac{1}{3};-3\right)$$

(3) в решения $y=0$:
и подставим в первонач. систему:

$$\begin{cases} -x=0 \\ xz=0 \end{cases} \Rightarrow -xz=xz \Rightarrow \begin{matrix} x=-1 \\ z=-1 \end{matrix}$$

т.е. $(-1;0;0)$; $(0;-1;0)$

Ответ: $(0;0;0)$, $(-1;0;0)$, $(0;-1;0)$, $\left(2;-\frac{1}{3};-3\right)$.

Примечание: $(x;y;z)$ - ответы записаны в данной форме

ЗАДАЧА 4

$$\sqrt[2020]{2019\cdot 2020^{-1}}+\sqrt[2020]{2020\cdot 2017^{-1}}=\sqrt[2020]{\frac{2019}{2020}}+\sqrt[2020]{\frac{2020}{2017}}$$

По неравенству Коши:

$a+b\geqslant 2\cdot\sqrt{a\cdot b}$, тогда $a=\sqrt[2020]{\frac{2019}{2020}}$; $b=\sqrt[2020]{\frac{2020}{2017}}$

$$\sqrt[2020]{\frac{2019}{2020}}+\sqrt[2020]{\frac{2020}{2017}}\geqslant 2\cdot\sqrt{\sqrt[2020]{\frac{2019\cdot\cancel{2020}}{\cancel{2020}\cdot 2017}}}$$

$$\sqrt[2020]{\frac{2019}{2020}}+\sqrt[2020]{\frac{2020}{2017}}\geqslant 2\cdot\sqrt{\sqrt[2020]{\frac{2019}{2017}}}$$

$$\sqrt[2020]{\frac{2019}{2020}}+\sqrt[2020]{\frac{2020}{2017}}\geqslant 2\cdot\sqrt[4040]{\frac{2019}{2017}}$$

Место для скобы

Шифр

$$\sqrt[4040]{\frac{2019}{2017}} > 1$$

т.к. $\frac{2019}{2017} > 1$

тогда

$$2 \cdot \sqrt[4040]{\frac{2019}{2017}} > 2$$

$$\sqrt[2020]{\frac{2019}{2020}} + \sqrt[2020]{\frac{2020}{2017}} > 2$$

$$\sqrt[2020]{2019 \cdot 2020^{-1}} + \sqrt[2020]{2020 \cdot 2017^{-1}} > 2$$

ч.т.д.

ЗАДАЧА 1.

Не существует. Так как для того, чтобы $\sqrt{x^2+2020}$ ~~было~~ извлекался квадратный корень до целого числа, нужно чтобы сумма подкоренного выражения равна сумме нечетных чисел, т.е. $\sqrt{4} = \sqrt{1+3}$, $\sqrt{16} = \sqrt{1+3+5+7}$ и т.д., ? но такое не выполнится, т.к. 2020 – четное.

Ответ: не существует.