Место для скобы

019925

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	I
3.	Класс	10
4.	Фамилия	ГРИШКЕВИЧ
	Имя	ДАНИЛА
	Отчество	СЕРГЕЕВИЧ
5.	Дата рождения	20 (Число) 06 (Месяц) 2003 (Год)
6.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Кемеровская область.
7.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
8.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Асино)*	Кемерово
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	Муниципальное автономное общеобразователь- ное учреждение СОШ № 14

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Дгриш.

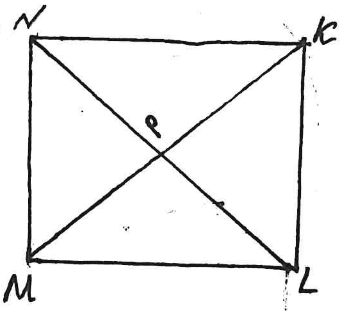
10.	Контактный телефон	89133245774
11.	e- mail	
12.	Профиль в вк	https://vk.com/
13.	Документ, удостоверяющий личность	3217 (серия) 800560 (номер) паспорт: Отделом УФМС России по (кем и когда выдан) кемеровской области в заводском районе города Кемерово (кем и когда выдан)
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (да/нет)	Нет
15.	Сирота (да/нет)	нет
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (да/нет)	нет.

,то для'
обы

Шифр 019925

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
15		Емельянова	Ем

N5. 

Дано:

$MP^2+NP^2+KP^2+LP^2=2S$

S – площадь четырёхугольника

Найти (определить):

вид четырёх. $MNKL$ – ?

вид точки P – ?

1	2	3	4	5	Σ
–	3	3	3	6	15

Решение:

① $S_{\text{любого чет.}} = \dfrac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin\alpha}{2}$, тогда предположим, что MK и NL – диагонали четырёх-угольника $MNKL$. $\Rightarrow S=\dfrac{MK\cdot NL\cdot \sin\alpha}{2}$

② Предположим, что точка P – точка пересечения диагоналей MK и NL четырёхугольник $MNKL$; и предположим, что $MNKL$ – квадрат

③ Тогда $NK=KL=ML=MN=a$; т.к мы предположили, что $MNKL$ - квадрат, то диагонали точкой пересечения делятся пополам $\Rightarrow$ из нашего предположение следует, что P – середина диагоналей

④ Рассмотрим площадь: $S_{кв}=\dfrac{d_1\cdot d_2}{2}$ ($\sin\alpha=1$, т.к при пересечении образуется прямой угол); $S_{кв}=\dfrac{NL\cdot MK}{2}$ (т.к диагонали в прямоугольн и квадрате равны, то $S_{кв}=\dfrac{NL^2}{2}$

⑤ Рассмотрим прямоугольный $\triangle NLK$, где $\angle LKN=90°$

По теореме Пифагора: $NL^2=KL^2+NK^2 \Rightarrow NL=a\sqrt{2}$

⑥ Т.к P – середина (из нашего предположения), то $NP=PL=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

⑦ Мы сказали, что $NL=MK$ (т.к $MNLK$ - квадрат) $\Rightarrow MP=PL=NP=KP=$
$=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

то для
обы

Шифр 019925

№5. ⑧ Вернёмся к площади квадрата:

① $S_{кв} = \frac{NL^2}{2} = \frac{a^2 \cdot 2}{2} = a^2$

② $2S_{кв} = MP^2 + NP^2 + KP^2 + LP^2$ (по условию) $\Longrightarrow$

$2a^2 = MP^2 + NP^2 + KP^2 + LP^2$

$2a^2 = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$2a^2 = \frac{a^2}{2} \cdot 4$ (т.к $MP = PL = NP = KP = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ по доказанному)

$2a^2 = 2a^2$

⑨ Наше предположение оказалось верным, тогда MNKL - квадрат; P - середина диагоналей квадрата MNKL.

почему нет другого решения?

№2. Пусть x - человек (учеников) опросил 1 учитель.

Тогда y - человек (учеников) опросил второй учитель

По условию задачи $x + y = 25$ учеников.

(I) Пусть x_0 - опросил 1 учитель за время $t_1 = 5$ мин

Тогда предположим $(x - x_0)$ опросил 1 учитель за время $t_2 = 7$ мин

(II) Пусть y_0 - опросил 2 учитель за время $t_3 = 3$ минуты

Тогда предположим $(y - y_0)$ опросил 2 учитель за время $t_4 = 4$ мин.

Составим и решим уравнение:

$t_{общ} = \frac{t_x + t_y}{2}$; $t_x = x_0 \cdot t_1 + (x - x_0) t_2$ - время за которое опросил I учитель

$t_{общ} = t_1 + t_2 + t_3 \dots + t_n$, $t_y = y_0 \cdot t_3 + (y - y_0) t_4$ - время за которое опросил II учитель

(III) (Предположим) чтобы получить наименьшее время, то каждый ученик должен рассказывать теорию или за время t_1, или за время t_3. Но такого быть не может, поэтому пусть у первого и второго учителя (будет) попадутся ученики, который рассказывает теорему за 7 и 4 минуты соответственно.

(IV) Пусть первые три ученика сдавали по 5 минут, тогда $t_1 = 15$ мин.

За это время второй учитель успеет опросить 5 учеников $\Longrightarrow$

$t_1 = 15$ мин

(V) Предположим, что следующие три ученика сдавали теорему по 5 минут, тогда $t_2 = 15$ мин

то для
обы

Шифр 019925

№2. V) Тогда за это же время второй учитель успеет принять 5 учеников

VI) Рассмотрим время, когда ~~каждому~~ кому-то из учителей достался ученик, сдававший за 7 или 4 минуты, тогда: (учителя за время t_1+t_2 успеют спросить 16 учеников; тогда $25-16=9$ учеников осталось.

$t_{общ}=20$ мин

	1уч.	3уч.	5уч.	7уч.	9уч.		
1 учитель	5м	5м	5м	5м			
	2уч	4уч	6уч	8уч			
2 учитель	3м	3м	4мин	3м	3м		

I) 1 ученик сдаёт теорему 1 учителю за 5 мин., а 2 ученик (2) учителю за 3 мин. Пока ученик (1) сдаёт теорему, второй учитель спрашивает следующего ученика. Когда 2 учитель спрашивает теорему у ученика, то 2 учитель спрашивает ученика за 4 мин. Тогда за первые 10 мин 2 учителя опросили 5 учеников, а за следующие 10 мин 2 учителя опросят 4 учеников.

II) Рассмотрим время, когда каждому из учителей достался ученик, сдававший за 7 и 4 минуты:

1 учитель	5м	5м	~~3~~7м				
2 учитель	3м	3м	4м	3м	3м	3м	

$t_{общ}=19$ мин.

Рассмотрим момент, когда после первых 10 минут, (1) учителю достался ученик, сдававший теорему 7 минут, тогда за это время (2) учитель успеет опросить двух учеников за 3 минуты, и пригласить к себе следующего ученика (он будет последним). Предположим, что этот ученик тоже сдал теорему за 3 минуты.

Вывод: $t_{min}=t_1+t_2+t_3=49$ мин (наименьшее время, за которое сумеют опросить 25 учеников)

Ответ: 49 мин.

№3. Формула квадратного трёхчлена:

$f(x)=ax^2+bx+c$; $f(x^2+y^2)\geq f(2xy)$

Рассмотрим условие подробней:

?

$f(x^2+y^2)\geq f(2xy)$ [опустим f и решим уравнение)

$x^2+y^2\geq 2xy$

$x^2-2xy+y^2\geq 0$ (формула разности квадратов)

$(x-y)^2\geq 0$

то для
обы

Шифр 019925

№3. Тогда: $(x-y)^2 \geq 0 \Rightarrow$ $x-y \geq 0$ (т.к из x вычитается y, то $x \geq y$)

Т.к $f(x)$ удовлетворяет условию $f(x^2+y^2) \geq f(2xy)$, для любых x и y; и мы знаем, что $\boxed{x \geq y}$, то x может принимать отрицательны (корни) значения, но при этом условие.

Ответ: да, возможен один из отрицательных корней $f(x)$

№4. $a \geq 0$; $b \geq 0$

$(a+b)(ab+2025) \leq 180ab$ [раскроем скобки] ↑ нижнее действие

$a+b \leq \frac{180ab}{ab+2025}$ [перевернём дробь]

$\frac{1}{a+b} \leq \frac{ab+2025}{180ab}$ [поделим правую часть почленно]

$\frac{1}{a+b} \leq \frac{1}{180} + \frac{45}{4ab}$ [перевернём дробь обратно]

$a+b \leq 180 + \frac{4ab}{45}$ (т.к $a \geq 0$ и $b \geq 0$, и в правой части $a \cdot b$, а влевой $a+b$, то произведение $4ab \geq a+b$) $\Rightarrow$

$a+b \leq 180 + \frac{4ab}{45}$ всегда меньше, т.е левая часть будет меньше правой части. ч.т.д

Тогда Неравенство:

$(a+b)(ab+2025) \leq 180ab$ ч.т.д