...то для
...обы

03745

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1
3.	Класс	11
4.	Фамилия	КРАВЦОВ
	Имя	ОЛЕГ
	Отчество	КОНСТАНТИНОВИЧ
5.	Дата рождения	06 (Число) 05 (Месяц) 2004 (Год)
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Кемеровская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Мариинск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	МАНОУ „Гимназия №2"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Олег

Шифр 03745

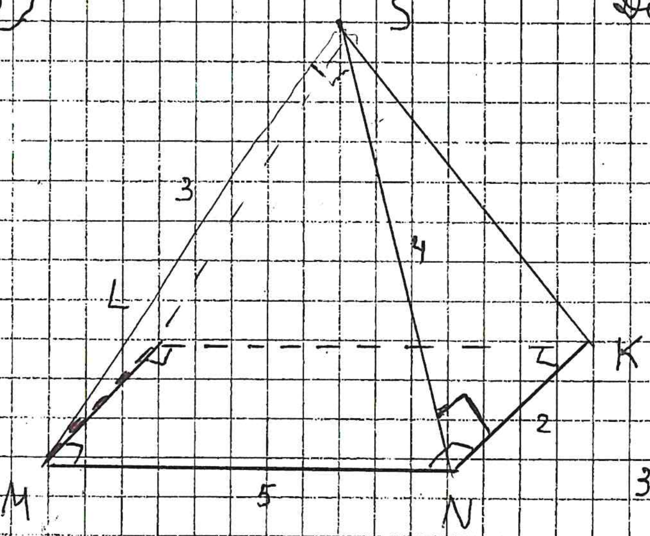
Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
16		Емельянова	Ему

1	2	3	4	5	Σ
2	3	2	2	7	16

Вариант 1

(5)



Дано: $SMNKL$ – пирамида

$MNKL$ – прямоугольник

$MN = 5 \quad NK = 2$

$SM = 3 \quad SN = 4$

Найти: SK, SL, V_{max}

Решение: заметим, что

$3^2 + 4^2 = 5^2$ (обратная т. Пифагора)

$\Rightarrow \triangle SMN$ – прямоугольный

$\angle MSN = 90°$

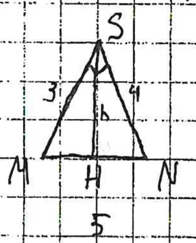
$V_{пир} = \frac{1}{3} S_{осн} H$, $S_{осн} = MN \cdot NK$

Для того чтобы объём был максимален, высота пирамиды должна быть максимальна. А высота пирамиды максимальна при условии: $(SMN) \perp (MNK)$

почему?

В таком случае высота пирамиды совпадает с апофемой – высотой $\triangle MNK$

$h = \frac{SM \cdot NS}{MN}$, тогда $V_{пир.} = \frac{1}{3} \cdot MN \cdot NK \cdot \frac{SM \cdot NS}{MN} = \frac{1}{3} \cdot \frac{NK \cdot NS \cdot SM}{1} =$



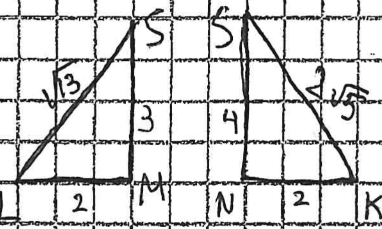
$= \frac{NK \cdot SM \cdot NS}{3} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{3} = 8$

5. (продолжение)

При $(SMN) \perp (MNK)$ $\angle SNK = \angle SML = 90^\circ$

$\Rightarrow$ $\triangle SNK$ и $\triangle SML$ – прямоугольные

По теореме Пифагора находим оставшиеся рёбра:



$SL = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13}$

$SK = \sqrt{2^2+4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

Ответ: $SK = 2\sqrt{5}$

$SL = \sqrt{13}$

$V_{max} = 8$

3. $p(x) = x^2 + 3x + 2$

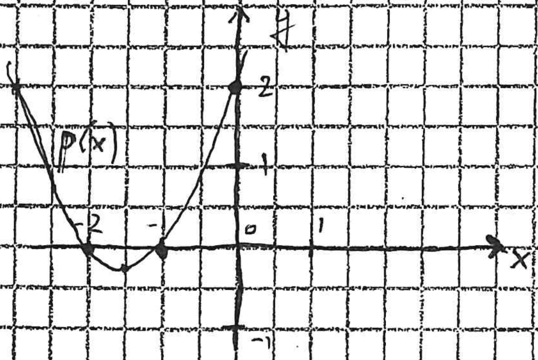
$\left(1 - \frac{2}{p(1)}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{p(2)}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{p(3)}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{2}{p(2021)}\right) = ?$

$p(x) \neq 0$

$x^2 + 3x + 2 \neq 0$

$x \neq -1$

$x \neq -2$



$f(x) = 1 - \frac{2}{x^2+3x+2} = 1 - \frac{2}{(x-1)(x-2)} = \frac{(x-1)(x-2) - 2}{(x-1)(x-2)} = \frac{x^2+3x}{x^2+3x+2}$

$f'(x) = \frac{4x+6}{(x^2+3x+2)^2}$

$f(x) = 0$

$x = 0$

$x = -3$

(2) $4-\sin^2 x+\cos 4x+\cos 2x+2\sin 3x\cdot\sin 7x-\cos^2 7x$ $\cancel{=\cos^2}$

1) $4-\sin^2 x=3+\cos^2 x$

2) $\cos 4x=\cos^2 2x+\sin^2 2x$

$3+\cos^2 x+\cos^2 2x-\sin^2 2x+\cos 2x+2\sin 3x\cdot\sin 7x+\cos^2 7x$

3) $\cos^2 2x+\sin^2 2x=1-\sin^2 2x+\sin^2 2x=1-2\sin^2 2x$

$4+\cos^2 x-2\sin^2 2x+\cos 2x+2\sin 3x\cdot\sin 7x+\cos^2 7x$

4) $-2\sin^2 2x=-2(2\sin^2 x\cdot\cos^2 x)=-4\sin^2 x\cos^2 x$

5) $\cancel{4}+\cos^2 x-4\sin^2 x\cdot\cos^2 x=\cos^2 x(1-4\sin^2 x)=$

$=\cos^2 x(-3+4\cos^2 x)=-3\cos^2 x+4\cos^4 x$

$4-3\cos^2 x+4\cos^4 x+\cos 2x+2\sin 3x\cdot\sin 7x-\cos^2 7x$

6) $2\sin 3x\cdot\sin 7x=\cos 4x-\cos 10x$

7) $\cos 4x=2\cos^2 2x-1$

8) $4\cos 4x=2+2\cos^2 2x$

$5-3\cos^2 x+4\cos^2 2x+\cos 2x-\cos 10x-\cos^2 7x$

$5-\frac{3}{2}(1+\cos 2x)+\frac{4}{2}(1+\cos 4x)+\cos 2x-\cos 10x-\frac{1}{2}(1+\cos 14x)$

$5-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\cos 2x+2+2\cos 4x+\cos 2x-\cos 10x-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 14x$

$5-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}+2=5$

~~$5-\frac{3}{2}\cos 2x+2\cos 4x+\cos 2x-\cos 10x-\frac{1}{2}\cos 14x$~~

$5-\frac{1}{2}\cos 2x+2\cos 4x-\cos 10x-\frac{1}{2}\cos 14x$

$5-\frac{1}{2}(\cos 2x-\cos 14x)+2\cos 4x-\cos 10x$

MEGTU скобы

Шифр 03745

(4) $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} = ?$

$$\begin{cases} a \neq b \\ b \neq c \\ a \neq c \\ a^3 - 2022a^2 + 1011 = 0 \\ b^3 - 2022b^2 + 1011 = 0 \\ c^3 - 2022c^2 + 1011 = 0 \\ a \in \mathbb{R} \\ b \in \mathbb{R} \\ c \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^3 - 2022a^2 = b^3 - 2022b^2 \\ b^3 - 2022b^2 = c^3 - 2022c^2 \\ a^3 - 2022a^2 = c^3 - 2022c^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2(a-2022) = b^2(b-2022) \\ b^2(b-2022) = c^2(c-2022) \\ a^2(a-2022) = c^2(c-2022) \end{cases}$$

$2022a^2 + 1011 = a^3$

$2022a^2 > a^3$

$\Rightarrow a < 2022$

(1) $2022!(S_{2021} - 1)$

$S_n = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \ldots + \frac{n}{(n+1)!}$

$S_n = \frac{1}{2} + \frac{\cancel{2}}{1\cdot\cancel{2}\cdot 3} + \frac{\cancel{3}}{1\cdot 2\cdot\cancel{3}\cdot 4} + \frac{\cancel{4}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\cancel{4}\cdot 5} + \frac{\cancel{5}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot\cancel{5}\cdot 6} + \ldots =$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{30} + \frac{1}{144} \ldots + \frac{2021}{2022!}$

$\frac{2021}{2022!} = \frac{2021}{2020!\cdot 2021\cdot 2022} = \frac{1}{2020!\cdot 2022}$