



1/2/3/4/5  
40972

Шифр

07416

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
150	30.03.23	Гусевские	

III

$$aX^3 - aX^2 + bX + b$$

$$(X_1 + X_2 + X_3) \left( \frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} \right) = -1$$

$$(X_1 + X_2 + X_3) \left( \frac{X_2 X_3 + X_1 X_3 + X_1 X_2}{X_1 X_2 X_3} \right) = -1$$

$$1 \left( \frac{-b \cdot a}{a \cdot b} \right) = 1 \cdot (-1) = -1$$

Первая Виета для 3-ей степени:

$$X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 = -\frac{b}{a}$$

$$X_1 X_2 + X_2 X_3 + X_3 X_1 = \frac{b}{a}$$

$$X_1 + X_2 + X_3 = 1$$

70

IV

$$2x^2 + 2xz + z^2 + 4y - 4zy + 3z = 0$$

$$2x^2(1+z^2) + (1+z^2) + 4(y-3z) - 6z + 3z = 0$$

$$(1+z^2) \cdot (2x^2 + 1) + 4(y-3z) = 3z$$

$y=3$   $(1+z^2)/(2x^2+1) = 3z - 1$  - не подходит

$y=5$   $(1+z^2)/(2x^2+1) = 3 - 4z$  - подходит

$y=1$   $(1+z^2)/(2x^2+1) = 3 - 4z$  - подходит

$y=4$   $(1+z^2)/(2x^2+1) = 2z - 1$  - подходит

Так как уравнение  $(1+z^2)/(2x^2+1) > 0$ , оно не имеет иных решений.

Ответ:  $(-1; 1; 0)$ ;  $(-1; 5; 0)$ ;  $(1; 4; 0)$

не все найдены

40

$\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \\ z = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \\ z = 0 \end{cases}$



№3

$$\frac{2a}{3(b+c)} + \frac{2b}{3(a+c)} + \frac{2c}{3(a+b)} \geq 1$$

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

$$a+b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$$

неизвестно

$$\frac{a}{2\sqrt{bc}} + \frac{b}{2\sqrt{ca}} + \frac{c}{2\sqrt{ab}} \geq \frac{a+b+c}{b+c} + \frac{a+b+c}{a+c} + \frac{a+b+c}{a+b}$$

$$\frac{\frac{3}{2} \sqrt{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\frac{3}{2}}} \geq 3$$

$$\frac{\frac{3}{2} \sqrt{\frac{3}{2}}}{3} \geq \sqrt{\frac{3}{2} \sqrt{\frac{3}{2}}}$$

2

$$\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$$

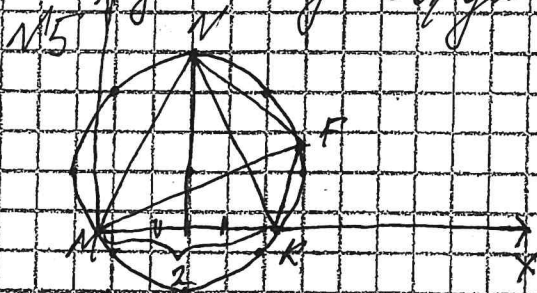
$$a+b+c \geq 3\sqrt[3]{abc}$$

$$\sqrt[3]{\frac{a^3}{2} - b^2 - c^2} \geq 3$$

$$\sqrt[3]{\frac{a^3}{2}} = \sqrt{a} \Rightarrow \frac{\sqrt{abc}}{\sqrt{abc}} \geq 1 \text{ ч. н. г.}$$

Метод координат

$$\text{Max } FM^2 + FN^2 + FK^2 = \text{const}$$



М(0; 1) N(1; sqrt(3))

F(x1; y1)

K(2; 1)

$$|FM|^2 = x_1^2 + y_1^2$$

$$|FN|^2 = (x_1 - 1)^2 + (y_1 - \sqrt{3})^2 = x_1^2 - 2x_1 + 1 + y_1^2 - 2y_1\sqrt{3} + 3$$

$$|FK|^2 = (x_1 - 2)^2 + y_1^2 = x_1^2 - 4x_1 + 4 + y_1^2$$

$$FM^2 + FN^2 + FK^2 = x_1^2 + y_1^2 + x_1^2 - 2x_1 + 1 + y_1^2 - 2y_1\sqrt{3} + 3 + x_1^2 - 4x_1 + 4 + y_1^2 = 3x_1^2 + 3y_1^2 - 6x_1 - 2y_1\sqrt{3} + 8$$