08026

...ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

Шифр

...ет	Физика
...нт	1
	10
...ия	КОЗЯНЧУК
	МИХАИЛ
...тво	ДМИТРИЕВИЧ
...ождения	20 (Число) 04 (Месяц) 2006 (Год)
...а	Россия
...ı *(пр: Томская обл., ...инградская область)*	Красноярский край
...ниципального образования *...ı, деревня, село, город)*	~~г. К~~ город
...енный пункт *(пр: Томск, ...ово, Псков)*	Красноярск
...е наименование ...овательного учреждения, ...ром Вы обучаетесь в ...е время	ФГАОУ ВО Физико-математическая школа-интернат СФУ

...асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail ...зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Козянчук

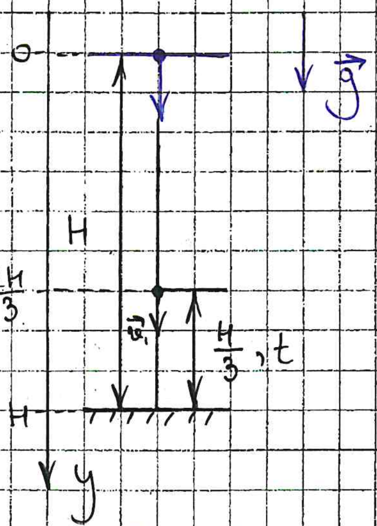
1	2	3	4	5	Σ
15	15	20	16	30	96

Шифр 08026

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
96	1.04	Абдрашитов СВ	[signature]

Задача 1.



Введём вертикальную ось $Oy \uparrow\uparrow \vec{g}$, с началом в на уровне старта сосульки. Тогда поверхность Земли имеет координату H – искомую высоту. За время t сосулька переместилась от $y_1 = \frac{2H}{3}$ до $y_k = H$. Пусть $v\left(\frac{2H}{3}\right) = v_1$, тогда в нижней точке прямо перед падением $v(H) = v_1 + gt$ из $v(t) = v_0 + gt$.

$$S_x = \frac{v_{k x}^2 - v_{н x}^2}{2a_x} \Rightarrow y_1 - y_0 = \frac{v_{1y}^2 - v_{0y}^2}{2g_y} \Rightarrow \frac{2H}{3} = \frac{v_1^2}{2g}. \quad (1)$$

$$y_k - y_0 = \frac{v_{ky}^2 - v_{0y}^2}{2g_y} \Rightarrow H = \frac{(v_1 + gt)^2}{2g} \quad (2).$$

Объединим в систему:

$$\begin{cases} \frac{2H}{3} = \frac{v_1^2}{2g} & (1) \\ H = \frac{(v_1+gt)^2}{2g} & (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} H = \frac{3v_1^2}{4g} & (1^*) \\ H = \frac{(v_1+gt)^2}{2g} & (2^*) \end{cases}$$

$$(1^*) - (2^*): \quad 3v_1^2 = 2(v_1 + gt)^2 \Rightarrow 3v_1^2 = 2v_1^2 + 4v_1 gt + 2g^2t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1^2 - 4v_1 gt - 2g^2t^2 = 0 \Rightarrow \cancel{D} \; D = 16g^2t^2 + 4\cdot 2g^2t^2 = 24g^2t^2 > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2к: \quad v_1 = \frac{4gt \pm \sqrt{24g^2t^2}}{2} = (2 \pm \sqrt{6})gt \Rightarrow v_1 = (2+\sqrt{6})gt, \text{ т.к. } v_1 > 0 \frac{м}{с}$$

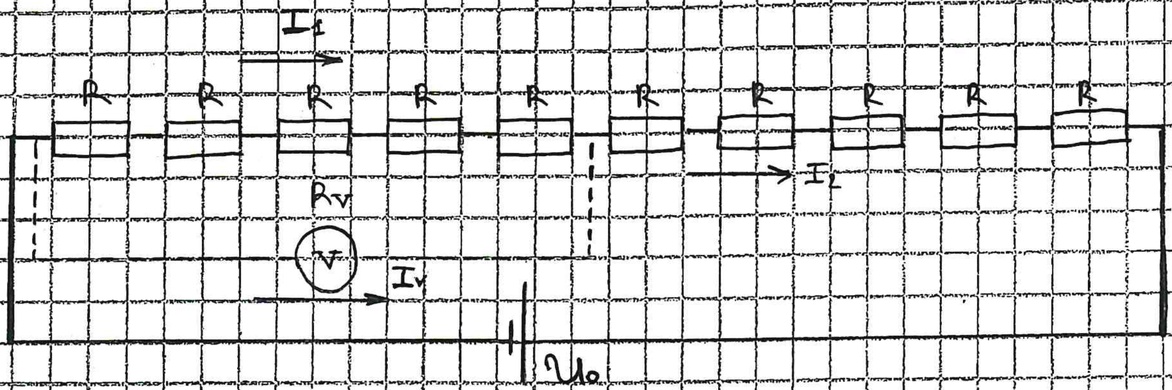
$$(1^*): H = \frac{3v_1^2}{4g} = \frac{3(2+\sqrt{6})^2 g^2 t^2}{4g} = \frac{3(2+\sqrt{6})^2 g t^2}{4} = \frac{3\cdot(2+\sqrt{6})^2\cdot 10\cdot 0{,}7^2}{4} \approx 72{,}8 \; \cancel{16{,}35} \text{ м}$$

Ответ: $H \approx 72{,}8$ м

место для скобы

Шифр 08026

Задача 3.



Пусть сопротивление вольтметра $R_V \gg R$ ⇒ на од пяти резисторах $U_5 = \frac{5U_0}{10} = \frac{U_0}{2} = 5{,}5$ В. Однако $U_5 = 4{,}4$ В ⇒ R_V сравнимо с R.

К1 4б

Пусть по ветке с резисторами течёт ток I_1, а ток в цепи I_2.

$$\begin{cases} U_5 = I_1 \cdot 5R \\ U_0 - U_5 = I_2 \cdot 5R \\ (I_2 - I_1) R_V = U_5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{U_5}{5R} \\ I_2 = \frac{U_0 - U_5}{5R} \\ \frac{U_0 - 2U_5}{5R} = \frac{U_5}{R_V} \end{cases} \Rightarrow R_V = \frac{5U_5}{U_0 - 2U_5} R = \frac{5 \cdot 4{,}4}{11 - 2 \cdot 4{,}4} R = 10R$$

К2 4б К3 4б

Заменим параллельное соединение вольтметра и 1-го резистора на эквивалентный резистор сопротивлением R_1, $U_{V1} = U_{R_1}$.

$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_V} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_1 = \frac{R_V R}{R_V + R} = \frac{10}{11} R$. Суммарный ток в цепи $i_0 = \frac{U_0}{R_\Sigma} = \frac{U_0}{9R + R_1} = \frac{U_0}{\frac{109}{11} R} = \frac{11}{109} \cdot \frac{U_0}{R}$. Такой ток будет протекать через каждый из резисторов, поэтому, если на резисторах R $U_1 = i_0 R$ (на каждом), то на R_1: $U_1' = i_0 R_1 = i_0 \cdot \frac{10}{11} R = \frac{10}{11} U_1$

$U_0 = 9U_1 + U_1' = 9U_1 + \frac{10}{11} U_1 = \frac{109}{11} U_1 \Rightarrow U_1 = \frac{11}{109} U_0$, $U_1' = U_{V1} = \frac{10}{11} U_1 = \frac{10}{11} \cdot \frac{11}{109} U_0 = \frac{10}{109} U_0 = \frac{10}{109} \cdot 11 \approx 1{,}01$ В

К4 4б

Заменим параллельное соединение вольтметра и 9-ти резисторов на эквивалентный резистор сопротивлением R_9, $U_{V9} = U_{R_9}$.

$$\frac{1}{R_9} = \frac{1}{R_V} + \frac{9}{R}\cdot\frac{1}{9R} \Rightarrow R_9 = \frac{9R_V R}{R_V + 9R} = \frac{9R\cdot 10R}{10R + 9R} = \frac{90}{19}R$$

Пусть в цепи течёт ток i_0. Тогда на оставшемся резисторе напряжение $U_x = i_0 R$, а на R_9 $U_9 = i_0 R_9 = \frac{90}{19} i_0 R = \frac{90}{19} U_x$

$$U_0 = U_x + U_9 = U_x + \frac{90}{19}U_x = \frac{109}{19}U_x \Rightarrow \cancel{U_9 = U_{V9}\ \ U_x}\ \frac{90}{19} \quad U_x = \frac{19}{109}U_0 \Rightarrow$$

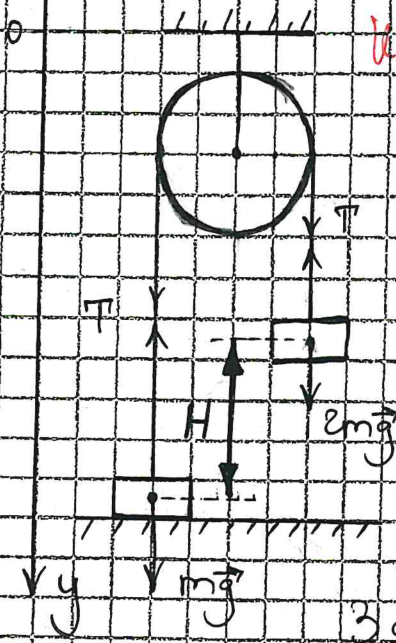
$$\Rightarrow U_9 = U_{V9} = \frac{90}{19}U_x = \frac{90}{19}\cdot\frac{19}{109}U_0 = \frac{90}{109}U_0 = \frac{90}{109}\cdot 11 \approx 9{,}08\text{ В}$$

Ответ: $U_{V1} \approx 1{,}01$ В ; $U_{V9} \approx 9{,}08$ В.

$K_5 = 4б$

Задача 2.

$K_1 = 5б$



Нить невесома и нерастяжима, а значит сила её натяжения T постоянна вдоль всей длины. Грузы действуют на нить с постоянными силами, а значит $T(t) = const$. Тогда движение грузов равноускоренное ($\vec{F}_{равнодейств.} = const$).

Введём оси $Oy \uparrow\uparrow \vec{g}$. Груз массой m будет иметь проекцию ускорения a_{1y}, а $2m$ a_{2y}.

Запишем II з-н Ньютона для тел в проекции на Oy:

(1): $ma_{1y} = mg - T$ Грузы связаны нитью, т.е. существует кин-ая

(2): $2ma_{2y} = 2mg - T$ связь: $a_{1y} = -a_{2y}$ (3). Объединим в систему:

$$\begin{cases} ma_{1y} = mg - T & (*) \\ 2ma_{2y} = 2mg - T & (**) \\ a_{1y} = -a_{2y} & (***) \end{cases}$$

$(**) - (*)$: $m(2a_{2y} - a_{1y}) = mg$

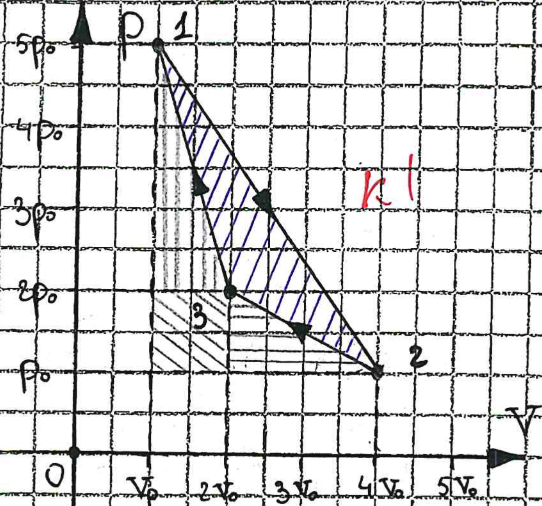
$(***) \to ((**)-(*))$: $3ma_{2y} = mg \Rightarrow a_{2y} = \frac{g}{3}$ $-2б$

$(***)$: $a_{1y} = -\frac{g}{3}$

Тогда $v = |a_{2y}|\,t = \frac{gt}{3} = \frac{10\cdot 0{,}4}{3} = \frac{4}{3}\ \frac{м}{с} \approx 1{,}33\ \frac{м}{с}$; $H = \frac{|a_{2y}|\,t^2}{2} = \frac{gt^2}{6} = \frac{10\cdot 0{,}4^2}{6} \approx 0{,}27$ м.

Ответ: $v \approx 1{,}33\ \frac{м}{с}$; $H \approx$ ~~27~~ 26,7 см.

Задача 5.



К 1

Совершённая газом за цикл работа A_Σ соответствует площади треугольника 123, замкнутого графиком процесса.

~~Найдём стороны треугольника:~~

$\cancel{б_{12} = \sqrt{(p_0 - 5p_0)^2 + (4V_0 - V_0)^2} =}$

$$S_{123} = S_{12(p_0;V_0)} - S_{13(2p_0;V_0)} - S_{32(p_0;2V_0)} -$$

$$- S_{(2p_0;V_0)3(p_0;2V_0)(p_0;V_0)(2}$$

$$S_{12(p_0;V_0)} = \frac{(5p_0 - p_0)(4V_0 - V_0)}{2} = 6p_0V_0$$

$$S_{13(2p_0;V_0)} = \frac{(5p_0 - 2p_0)(2V_0 - V_0)}{2} = \frac{3}{2}p_0V_0$$

$$S_{32(p_0;2V_0)} = \frac{(2p_0 - p_0)(4V_0 - 2V_0)}{2} = p_0V_0$$

$$S_{(2p_0;V_0)3(p_0;2V_0)(p_0;V_0)} = (2p_0 - p_0)(2V_0 - V_0) = p_0V_0$$

$$A_\Sigma = 6p_0V_0 - \frac{3}{2}p_0V_0 - p_0V_0 - p_0V_0 = \frac{5}{2}p_0V_0$$ К 2

$\begin{cases} U = \frac{3}{2}\nu RT \\ pV = \nu RT \end{cases} \Rightarrow U = \frac{3}{2}pV \Rightarrow$ тем-ра соответствует внутр. энергии, а внутр. энергия произведению pV. Значит T минимальна, когда площадь прямоугольника с противоположными вершинами $(0;0)$ и $(p_x;V_x)$ минимальна $\Rightarrow$ максимальная тем-ра T_{max} достигается на участке $1 \to 2$, т.к. для любого $p_x \in [p_0; 5p_0]$, $\cancel{p_x} \cdot V_x$ максимально на $1 \to 2 \xRightarrow{(pV)_{max}} U_{max} \Rightarrow T_{max}$.

Получим ур-ие прямой $p_{12}(V)$:

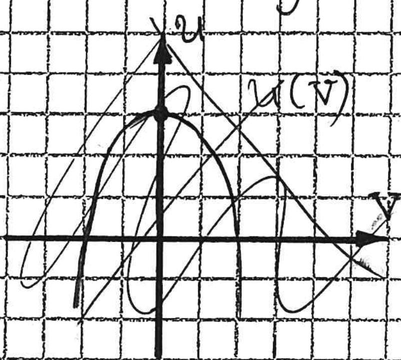
$$\begin{cases} \text{т.1: } 5p_0 = \alpha_{12} V_0 + \beta_{12} & (1) \\ \text{т.2: } p_0 = \alpha_{12}\cdot 4V_0 + \beta_{12} & (2) \end{cases}$$
$(1)-(2):\ 4p_0 = -3\alpha_{12} V_0 \Rightarrow \alpha_{12} = -\dfrac{4p_0}{3V_0}$

$$\beta_{12} = 5p_0 - \alpha_{12} V_0 = 5p_0 + \frac{4p_0}{3V_0}\cdot V_0 = \frac{19}{3}p_0$$

$$p_{12}(V) = \underbrace{-\frac{4p_0}{3V_0}}_{\alpha_{12}}\cdot V + \underbrace{\frac{19}{3}p_0}_{\beta_{12}}$$

$$U_{max} = \frac{3}{2}pV = \frac{3}{2}(\alpha_{12}V + \beta_{12})V = \frac{3\alpha_{12}}{2}V^2 + \frac{3\beta_{12}}{2}V = \frac{3}{2}\cdot\left(-\frac{4}{3}\cdot\frac{p_0}{V_0}\right)V^2 + \frac{3}{2}\cdot\frac{19}{3}p_0 V =$$

$= -2\dfrac{p_0}{V_0}V^2 + \dfrac{19}{2}p_0 V$, т.е. $U(V)$ - симметричная от-но Oy парабола ветвями вниз: Вершина: $V(U_{max}) = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-\frac{19}{2}p_0}{-4\frac{p_0}{V_0}} = \dfrac{19}{8}V_0$, $\dfrac{19}{8}V_0 \in [V_0; 4V_0]$,



$$U_{max} = -2\frac{p_0}{V_0}\cdot\left(\frac{19}{8}V_0\right)^2 + \frac{19}{2}p_0\cdot\frac{19}{8}V_0 = \frac{361}{32}p_0V_0$$

$$U_{max} = \frac{3}{2}\nu R T_{max} \Rightarrow T_{max} = \frac{2U_{max}}{3\nu R} = \frac{2}{3\nu R}\cdot\frac{361}{32}p_0V_0 =$$
$$= \frac{361}{48}\cdot\frac{p_0V_0}{\nu R} = \frac{361\, p_0V_0}{48\nu R}$$

Минимальна же температура либо на участке 1-3, либо 2-3.

Рассмотрим участок 2-3:

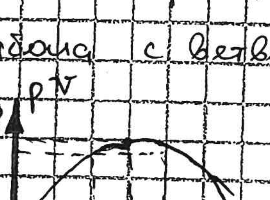
$$\begin{cases} \text{т.2: } p_0 = \alpha_{23}\cdot 4V_0 + \beta_{23} & (1) \\ \text{т.3: } 2p_0 = \alpha_{23}\cdot 2V_0 + \beta_{23} & (2) \end{cases}$$
$(2)-(1):\ p_0 = -2\alpha_{23}V_0 \Rightarrow \alpha_{23} = -\dfrac{p_0}{2V_0}$

$$\beta_{23} = p_0 - \alpha_{23}\cdot 4V_0 = p_0 + 2p_0 = 3p_0$$

$$pV = (p_{23}\cdot V_{23}) = (\alpha_{23}V + \beta_{23})V = \left(-\frac{p_0}{2V_0}\cdot V^2 + 3p_0\cdot V\right)$$

$pV(V)$ - парабола с ветвями вниз. Вершина: $V_x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-3p_0}{-\frac{p_0}{V_0}} = 3V_0$,

$pV(0\ м^3) = 0\ Па\cdot м^3$



Из схематичного графика видно, что минимум произведения достигается при $V = 2V_0; 4V_0$ на промежутке $[2V_0; 4V_0]$, т.е. $(pV)_{min} = 4p_0V_0$

$(pV)_{min} = \nu R T_{min} \Rightarrow T_{min} = \frac{(pV)_{min}}{\nu R} = \frac{4p_0V_0}{\nu R}$.

Рассмотрим участок 3-1:

$\begin{cases} т.3: \ 2p_0 = \alpha_{31} \cdot 2V_0 + \beta_{31} \quad (1) \\ т.1: \ 5p_0 = \alpha_{31} \cdot V_0 + \beta_{31} \quad (2) \end{cases}$

$(2)-(1): 3p_0 = -\alpha_{31} V_0 \Rightarrow \alpha_{31} = -3\frac{p_0}{V_0}$

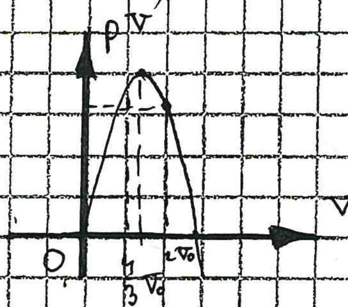
$\beta_{31} = 2p_0 + 2\alpha_{31}V_0 = 2p_0 + 2\cdot 3\frac{p_0}{V_0}V_0 = 8p_0$

$p_{31}V = (\alpha_{31}V + \beta_{31})V = \left(-3\frac{p_0}{V_0}V + 8p_0\right)V = -3\frac{p_0}{V_0}V^2 + 8p_0V$

Опять-таки, $pV(V)$ - парабола с ветвями вниз

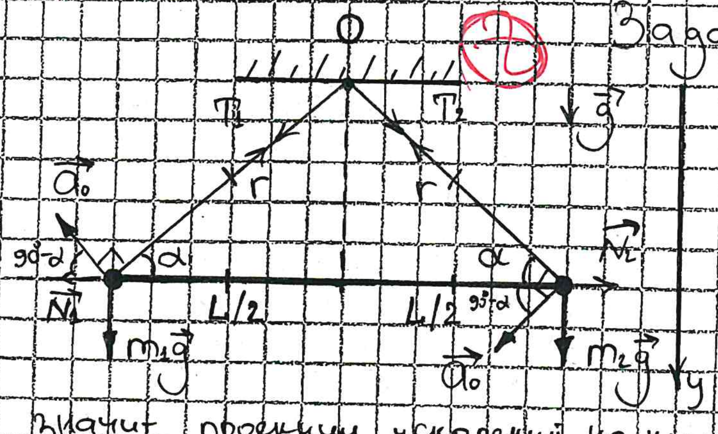
Вершина: $V_x = \frac{-b}{2a} = \frac{-8p_0}{2\cdot(-3\frac{p_0}{V_0})} = \frac{4}{3}V_0$, $V_x \in [V_0; 2V_0]$.

$pV(0\,м^3) = 0\,Па\cdot м^3$



Из схематичного графика видно, что произведение pV на участке $V_0 \le V \le 2V_0$ минимально при $V = 2V_0$, что соответствует к точке 2 в процессе, температуру в которой мы уже нашли ранее, т.е. вычисленная T_{min} действительно яв-ся минимальной тем-рой за весь процесс. $(pV)_{min}$

Ответ: $T_{min} = \frac{4p_0V_0}{\nu R}$, $T_{max} = \frac{361 p_0V_0}{48\nu R}$, $A_\Sigma = \frac{5}{2}p_0V_0$.



2

Задача 4.

Поскольку нить не провисает и не растягивается, ~~сумма~~ разность проекций ускорений её концов на прямую, вдоль которой она располагается, равна 0. Точка O покоится, а значит проекции ускорений на нить равны нулю => каждое из тел имеет ускорение $\perp$ своей нити. Пусть $m_2 > m_1$ тогда система будет закачиваться вправо (m_2 опускается, m_1 поднимается). 2

В начальный момент времени $T_1 = T_2 = T$, т.к. конструкцию удерживали в горизонтальном равновесии. $(m_2 g - T_y) > (m_1 g - T_y)$, поэтому движение именно такое.

$\triangle AOB$ – равнобедренный $\Rightarrow \angle A = \angle B = \alpha$, $\cos\alpha = \dfrac{L/2}{r} = \dfrac{L}{2r}$

Т.к. стержень не деформируется, ~~сумма~~ разность проекций ускорений его концов на прямую, вдоль которой он располагается, равна 0. Ускорения его концов совпадают с ускорениями тел:

$$a_1 \cos(90^\circ + \alpha) - a_2 \cos(90^\circ + \alpha) = 0 \Rightarrow a_1 = a_2 = a_0$$

Силы реакции стержня направлены вдоль прямой, на которой располагается стержень, т.к. иначе, ~~ea~~ по III з-ну Ньютона тела будут действовать на стержень с силой, равной по модулю и противоположной по направлению, компенсируя друг друга и образуя вращательный момент. В силу невесомости стержня он приобретёт бесконечно большое угловое ускорение, что противоречит условию задачи.

Тогда, $N_y = 0$ где y – вертикальная ось ($y \uparrow\downarrow \vec{g}$).

Запишем II з-н Ньютона для тел в проекции на y ($N_y = 0$):

$$\left.\begin{aligned} (1)&: m_1 a_0 \cos\alpha = m_1 g - T\sin\alpha \\ (2)&: m_2 a_0 \cos\alpha = m_2 g - T\sin\alpha \end{aligned}\right\} + \quad (m_2 - m_1) a_0 \cos\alpha = (m_1 + m_2) g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_0 = \frac{(m_1 + m_2)}{(m_2 - m_1)\cos\alpha} g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_0 = \frac{2r(m_1 + m_2)}{L(m_2 - m_1)} g$$, при $m_1 > m_2$ следует ~~сменить~~ поменять местами все индексы.

Ответ: $a_0 = \dfrac{2r(m_1 + m_2)}{L|m_2 - m_1|} g$

$m_1 > m_2$:

$m_2 > m_1$: