07817

Шифр

ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

заключительного этапа

ет	МАТЕМАТИКА
нт	1
	10
ия	КОЗУБЕНКО
	ЕКАТЕРИНА
во	АЛЕКСЕЕВНА
ождения	12 (Число) 09 (Месяц) 2006 (Год)
	РОССИЯ
(пр: Томская обл., нградская область)	КЕМЕРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ-КУЗБАСС
иципального образования *, деревня, село, город)*	ГОРОД
нный пункт *(пр: Томск, вво, Псков)*	ПРОКОПЬЕВСК
наименование зательного учреждения, ом Вы обучаетесь в время	МБОУ «ШКОЛА №32»

сие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail ультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Козубенко

Шифр 07817

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
18		Емельянова	Ем

1	2	3	4	5	Σ
7	4	-	7	-	18

N 1) $y^2(y-x+2)-y(x+4)+5x+7=0$

$y^3-xy^2+2y^2-xy-4y+5x+7=0$

$y^3+2y^2-4y+7-x(y^2+y-5)=0$

$x=\dfrac{y^3+2y^2-4y+7}{y^2+y-5}$

$$\begin{array}{r|l} y^3+2y^2-4y+7 & y^2+y-5 \\ y^3+y^2-5y & \overline{y+1} \\ \hline y^2+y+7 & \\ y^2+y-5 & \\ \hline 12 & \end{array}$$

$x=y+1+\dfrac{12}{y^2+y-5}$

Делители 12: $\pm1, \pm2, \pm3, \pm4, \pm6, \pm12$

$y^2+y-5=+1$
$y^2+y-6=0$
$D=1-4\cdot(-6)=25$
$y_1=\dfrac{-1+5}{2}=2$
$y_2=\dfrac{-1-5}{2}=-3$

$y^2+y-5=-1$
$y^2+y-4=0$
$D=1-4\cdot(-4)=17$ – не удовл., т.к. корни будут не Z

$y^2+y-5=-2$
$y^2+y-3=0$
$D=1-4\cdot(-3)=13$ – не удовл.

$y^2+y-5=2$
~~$D=1-4\cdot(-5)$~~
$y^2+y-7=0$
$D=1-4\cdot(-7)=29$ – не удовл.

$y^2+y-5=-3$
$y^2+y-2=0$
$D=1-4\cdot(-2)=9$
$y_1=\dfrac{-1+3}{2}=1$
$y_2=\dfrac{-1-3}{2}=-2$

$y^2+y-5=3$
$y^2+y-8=0$
$D=1-4\cdot(-8)=33$ – не удов.

$y^2+y-5=-4$
$y^2+y-1=0$
$D=1-4\cdot(-1)=5$ – не удовл.

$y^2+y-5=4$
$y^2+y-9=0$
$D=1-4\cdot(-9)=37$ – не удовл.

$y^2+y-5=-6$
$y^2+y+1=0$
$D=1-4\cdot1<0$

$y^2+y-5=6$
$y^2+y-11=0$
$D=1-4\cdot(-11)=45$ – не удовл.

$y^2+y-5=-12$
$y^2+y+7=0$
$D=1-4\cdot(7)<0$

$y^2+y-5=12$
$y^2+y-17=0$
$D=1-4\cdot(-17)=69$ – не удовл.

N1 (продолжение)

$y = 2; -3; -2; 1$

$y = 2$

$x = 2 + 1 + \frac{12}{4+2-5} = 3 + 12 = 15$

$y = -3$

$x = -3 + 1 + \frac{12}{9-3-5} = -2 + 12 = 10$

$y = -2$

$x = -2 + 1 + \frac{12}{4-2-5} = -1 - 4 = -5$

$y = +1$

$x = +1 + 1 + \frac{12}{1+1-5} = 2 - 4 = -2$

Ответ: $(15; 2); (10; -3); (-5; -2); (-2; 1)$

N4 $x^2 + px - \frac{1}{2p^2}$

$D = p^2 - 4\left(-\frac{1}{2p^2}\right) = p^2 + \frac{2}{p^2}$

$\sqrt{D} = \sqrt{p^2 + \frac{2}{p^2}}$

Замена: Пусть $t = \sqrt{p^2 + \frac{2}{p^2}}$

$x_1 = \frac{-p+t}{2}$ $x_2 = \frac{-p-t}{2}$ Для x_1 просчитаем x_1^4:

1). $\left(\frac{t-p}{2}\right)^2 = \frac{t^2 - 2pt + p^2}{4} = \frac{t(t-2p)+p^2}{4}$

2). $\left(\frac{t(t-2p)+p^2}{4}\right)^2 = \frac{t^2(t-2p)^2 + 2t(t-2p)p^2 + p^4}{16}$

Для x_2 просчитаем x_2^4:

1). $\left(\frac{-p-t}{2}\right)^2 = \frac{p^2 + 2pt + t^2}{4} = \frac{t(2p+t)+p^2}{4}$

2) $\left(\frac{t(2p+t)+p^2}{4}\right)^2 = t^2(2p+t)^2 + 2t(2p+t)p^2 + p^4$

Теперь упростим $x_1^4+x_2^4$:

$$\frac{t^2(2p+t)^2+2t(2p+t)p^2+p^4+t^2(t-2p)^2+2t(t-2p)p^2+p^4}{16}=$$

1) $t^2\left((2p+t)^2+(t-2p)^2\right)=t^2(4p^2+\cancel{4pt}+t^2+t^2\cancel{-4pt}+4p^2)$

$=t^2(8p^2+2t^2)$

2) $2p^2t(2p+t+t-2p)=2tp^2\cdot 2t=4t^2p^2$

$$=\frac{t^2(8p^2+2t^2)+4t^2p^2+2p^4}{16}=\frac{8p^2t^2+2t^4+4t^2p^2+2p^4}{16}$$

Подставим значения t:

$8p^2t^2=8p^2\left(p^2+\frac{2}{p^2}\right)=8p^4+16$

$4t^2p^2=4p^2\left(p^2+\frac{2}{p^2}\right)=4p^4+8$

$2t^4=2\left(p^2+\frac{2}{p^2}\right)^2=2p^4+8+\frac{8}{p^4}$

Объединим все:

$$\frac{8p^4+16+4p^4+8+2p^4+8+\frac{8}{p^4}+2p^4}{16}=$$

$$=\frac{16p^4+32+\frac{8}{p^4}}{16}=\frac{\cancel{8}\left(2p^4+4+\frac{1}{p^4}\right)}{\cancel{16}}=\frac{2p^4+4+\frac{1}{p^4}}{2}=p^4+2+\frac{1}{2p^4}$$

$$=\frac{2p^8+4p^4+1}{2p^4}$$

Вернемся к самому неравенству

$$\frac{2p^8+4p^4+1}{2p^4}\geq 2+\sqrt{2}$$

$$\frac{2p^8+4p^4+1}{2p^4}-2-\sqrt{2}\geq 0$$

$$\frac{2p^8+4p^4+1-4p^4-2\sqrt{2}p^4}{2p^4}\geq 0$$

$2p^8+4p^4+1=0$

$2t^2+4t+1=0$

$D=16-8=8$

$\sqrt{D}=2\sqrt{2}$

Замена: $t=p^4$

Место для скобы

Шифр 78 17

№4 (продолжение)

$$\frac{\overbrace{2p^8 - 2\sqrt{2}\,p^4 + 1}}{\underbrace{2p^4}_{>0}} \geq 0$$

$$\frac{\overbrace{\left(\sqrt{2}\,p^4 - 1\right)^2}^{\geq 0}}{\underbrace{2p^4}_{>0}} \geq 0$$

ч.т.д.

№2)
$$\begin{cases} \cos 3x = A \sin 2x \\ \sin 3x = B \cos 4x \end{cases}$$
A, B ∈ Рациональные

$$\begin{cases} \sin 3x = B\left(1 - \dfrac{2\sin^2 2x}{A}\right) \\ \sin 2x = \dfrac{\cos 3x}{A} \end{cases}$$

$$\sin 3x = B\left(1 - \frac{2\cos^2 3x}{A^2}\right) \Rightarrow \sin 3x = B\left(1 - 2\left(\frac{1 - \sin^2 3x}{A^2}\right)\right)$$

$$\sin 3x = \cancel{A^2}B - 2 + 2\sin^2 3x$$

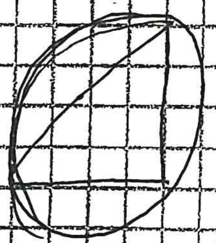
$$A^2 \sin 3x = A^2 B - 2 + \sin^2 3x$$?

$A^2 B = 2 + 2\sin^2 3x$ – в любом случае рациональные

не обоснованы

ч.т.д.

№5)



Дано:
AMKN
окр