Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

003797

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1
3.	Класс	10
4.	Фамилия	КОМАРОВА
	Имя	АНАСТАСИЯ
	Отчество	АЛЕКСАНДРОВНА
5.	Дата рождения	Число: 28; Месяц: 03; Год: 2004
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Кемеровская обл.
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Новокузнецк
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБНОУ "Гимназия №44"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Ком

Место для скобы

Шифр 003797

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
20	30.03.21	Корежина Е.Е.	[illegible]

№1

$0^2 = 0$) ~~[illegible]~~ $+1$

$1^2 = 1$) $+3$

$2^2 = 4$) $+5$

$3^2 = 9$

1	2	3	4	5	Σ
1	3	7	3	7	20

Квадраты чисел увеличиваются на нечётные числа, значит $\sqrt{x^2+2}$ - никогда не будет целым числом. Это значит, что не существует такого числа x, что все три числа являются целыми.

+

№2

$$\begin{cases} xz + 5yz - 6xy = -2y \quad | \cdot 2 & (1) \\ 2xz + 9yz - 9xy = -12y & (2) \\ yz - 2xy = 6y & (3) \end{cases}$$

$(1) - (2) \to (1')$

$$\begin{cases} yz - 3xy = 8y & (1') \\ yz - 2xy = 6y & (3) \\ xz + 5yz - 6xy = -2y & (1) \end{cases}$$

$(1') - (3) \to (1'')$

Место для скобы

Шифр 003797

$$\begin{cases} -xy = 2y & (1'') \\ yz - 2xy = 6y & (3) \\ xz + 5yz - 6xy = -2y & (1) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad x = -2$$

Подставим $(1'')$ в (3) $\rightarrow$ $\cancel{(3'')}$ (4)

$$yz + 4y = 6y$$

$$yz = 2y \qquad \Rightarrow \qquad z = 2$$

$$\begin{cases} -xy = 2y & (1'') \\ yz = 2y & (4) \\ xz + 5yz - 6xy = -2y & (1) \end{cases}$$

Подставим $(1'')$ и (4) в (1) $\rightarrow$ (5)

$$xz + 10y + 12y = -2y$$

$$xz = -24y$$

Из $(1'')$ $\Rightarrow$ $x = -2$ и из (4) $\Rightarrow$ $z = 2$,

тогда

$$-24y = -4$$

$$y = \frac{1}{6}$$

Подставим:

$$-4 + \frac{10}{6} + 2 = -\frac{2}{6}$$

$$-2 + \frac{5}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$-\frac{6-5}{3} = -\frac{1}{3}$$ – верно

$$-8 + \frac{18}{6} + \frac{18}{6} = -\frac{12}{6}$$

Место для скобы

Шифр 003797

$-8+3+3=-2$ – верно

$\frac{2}{6}+\frac{4}{6}=\frac{6}{6}$ – верно.

Ответ: $x=-2$; $z=2$; $y=\frac{1}{6}$

±

№3

$ax^2+bx+c=f(x)$

$f(0)+f(1)=0$

$a\cdot 0+b\cdot 0+c \quad + \quad a+b+c=0$

$a+b+2c=0 \qquad (1)$

$f(2)+f(3)=0$

$4a+2b+c+9a+3b+c=0$

$13a+5b+2c=0 \qquad (2)$

$$\begin{cases} a+b+2c=0 & (1) \\ 13a+5b+2c=0 & (2) \end{cases}$$

$(2)-(1)$

$12a+4b=0$

$b=-3a \qquad (3)$

Подставим (3) в (1)

$a-3a+2c=0$

$-2a+2c=0$

$a=c$

$f(x)=2021$

Место для скобы

Шифр

$$ax^2+bx+c=2021$$

$$ax^2+bx+(c-2021)=0$$

~~$3a$~~

$$b=-3a \quad и \quad c=a,$$

Тогда $$x_1=\frac{3a+\sqrt{9a^2-4a^2-4a\cdot 2021}}{2a}$$

$$x_2=\frac{3a-\sqrt{9a^2-4a^2-4a\cdot 2021}}{2a}$$

$$x_1+x_2=\frac{3a+\sqrt{5a^2-8084a}+3a-\sqrt{5a^2-8084a}}{2a}=\frac{6a}{2a}=3$$

Ответ: 3. X

№4

$$\sqrt[2021]{2019\cdot 2020^{-1}}+\sqrt[2021]{2020\cdot 2018^{-1}}>2$$

$$\sqrt[2021]{\frac{2019}{2020}}+\sqrt[2021]{\frac{2020}{2018}}=\frac{\sqrt[2021]{2019}}{\sqrt[2021]{2020}}+\frac{\sqrt[2021]{2020}}{\sqrt[2021]{2018}}=$$

$$=\frac{\sqrt[2021]{2019\cdot 2018}+\sqrt[2021]{2020^2}}{\sqrt[2021]{2020\cdot 2018}}=\frac{\sqrt[2021]{2018^2+2018}+\sqrt[2021]{(2018+2)^2}}{\sqrt[2021]{2018^2+2\cdot 2018}}$$

$$=\frac{\sqrt[2021]{2018^2+2018}+\sqrt[2021]{2018^2+4\cdot 2018+4}}{\sqrt[2021]{2018^2+2\cdot 2018}}=\frac{\sqrt[2021]{2018\cdot 2019}+\sqrt[2021]{2018\cdot 2022+4}}{\sqrt[2021]{2018\cdot 2020}}$$

~~$(2018^2+2018)<(2018^2+2\cdot 2018)<(2018\cdot 2020)$~~

Место для скобы

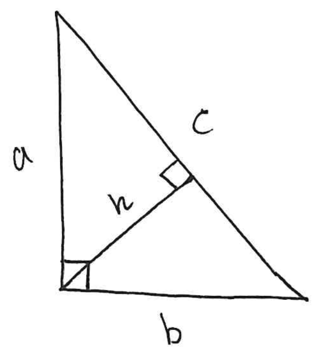
Шифр

$(2018 \cdot 2019) < (2018 \cdot 2020) \ll (2018 \cdot 2022 + 4)$

$(2018 \cdot 2022 + 4)$ в несколько раз больше, и в сумме с $(2018 \cdot 2019)$ станут больше, чем $(2018 \cdot 2020)$ во сколько-то раз, тогда $\sqrt[2021]{2019 \cdot 2020^{-1}} + \sqrt[2021]{2020 \cdot 2018^{-1}} > 2$

F

№5



$$\left.\begin{aligned} S_\Delta &= \frac{1}{2} ch \\ S_\Delta &= \frac{1}{2} ab \end{aligned}\right\} \Rightarrow ch = ab$$

По теореме Пифагора:

$c^2 = a^2 + b^2$

1) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = (a^2 + b^2) + 2ab = c^2 + 2ab$

2) $(c+h)^2 = c^2 + 2ch + h^2 = c^2 + 2ab + h^2$

$(c^2 + 2ab) < (c^2 + 2ab + h^2)$, значит $(c+h)$ всегда больше, чем $(a+b)$.

X