Место для скобы

019639

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	1
3.	Класс	11
4.	Фамилия	к о к о в а
	Имя	о л ь г а
	Отчество	с е р г е е в н а
5.	Дата рождения	Число: 2 4; Месяц: 0 3; Год: 2 0 0 2
6.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	р. Хакасия
7.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
8.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Асино)*	Абакан
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	ГБОУ РХ „ХНГИ им. Н.Ф. Катанова"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

10.	Контактный телефон	8 9 2 9 3 1 2 2 3 ~~7~~ 2
11.	e- mail	marlow_alice@mail.ru
12.	Профиль в вк	https://vk.com/
13.	**Документ, удостоверяющий личность**	серия: 9 5 1 5; номер: 8 9 9 3 6 8 Отделение УФМС России по р. Хакасия кем и когда выдан в г. Абакан 16.04.2016г кем и когда выдан
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (**да/нет**)	нет
15.	Сирота (**да/нет**)	нет
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (**да/нет**)	да

Место для скобы

Шифр 019639

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
29	12.03.20	Хмылёва Т.Е.	[подпись]

① x – под корнем, поэтому при подборе удобнее брать x как полный квадрат. Пусть $x=0$, тогда: $y^2+(y+2)^2=\frac{1}{2} \to 4y^2+8y+7=0$, $D<0$ корней нет.
пусть $x=1$, тогда $(1-y)^2+y^2=\frac{1}{2} \to 4y^2-4y+1=0 \to y=\frac{1}{2}$

Ответ: $(1;\frac{1}{2})$ ✓ Другие решения?

② x – скорость при ходьбе, y – на велосипеде, z – на машине, тогда:

$$\begin{cases} \frac{2}{x}+\frac{3}{y}+\frac{20}{z}=1\frac{6}{60} & (1) \\ \frac{5}{x}+\frac{8}{y}+\frac{30}{z}=2\frac{24}{60} & (2) \end{cases}$$

(2)–(1): $\frac{3}{x}+\frac{5}{y}+\frac{10}{z}=1\frac{18}{60}$ (3) ✓

2·(1)–(3): $\frac{4}{x}+\frac{6}{y}+\frac{40}{z}-\frac{3}{x}-\frac{5}{y}-\frac{10}{z}=2\frac{12}{60}-1\frac{18}{60} \to$

$\to \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{30}{z}=\frac{9}{10}$ (3)

2·(3)–(1): $\frac{2}{x}+\frac{2}{y}+\frac{60}{z}-\frac{2}{x}-\frac{3}{y}-\frac{20}{z}=\frac{18}{10}-1\frac{1}{10} \to -\frac{1}{y}+\frac{40}{z}=\frac{7}{10} \to \frac{1}{y}=\frac{40}{z}-\frac{7}{10} \to \boxed{\frac{5}{y}=\frac{200}{z}-\frac{35}{10}}$

3·(3)–(1): $\frac{3}{x}+\frac{3}{y}+\frac{90}{z}-\frac{2}{x}-\frac{3}{y}-\frac{20}{z}=\frac{27}{10}-\frac{11}{10} \Rightarrow \frac{1}{x}+\frac{70}{z}=\frac{16}{10} \to \boxed{\frac{4}{x}=\frac{32}{5}-\frac{280}{z}}$

По сути нам надо найти $\frac{4}{x}+\frac{5}{y}+\frac{80}{z}=\frac{200}{z}-\frac{35}{10}+\frac{32}{5}-\frac{280}{z}+\frac{80}{z}=$

$=\cancel{\frac{280}{z}}-\cancel{\frac{280}{z}}+\frac{32}{5}-\frac{35}{10}=\frac{64-35}{10}=\frac{29}{10}=2\frac{9}{10}=2\frac{54}{60}$ ✓ 7б

Ответ: 2ч 54 мин. ✓

③ ~~Эта~~ функция возрастающая (левая часть) и непрерывная в ОДЗ, правая часть – константа → решение всегда одно и большему значению аргумента принадлежит большее значение функции. Поэтому, чтобы найти данные m ~~по~~ достаточно подставить крайние значения икса, т.е. 1 и 3., тогда при

$x=1$: $2019+2018+m=2020 \to m=-2017$

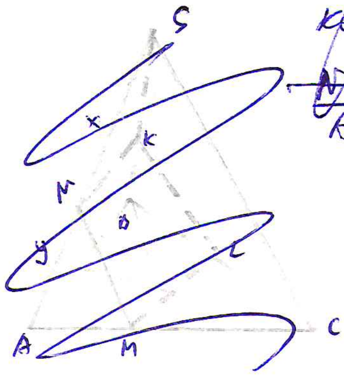
$x=3$: $2019\cdot 2+2018\cdot 3+m=2020 \to m=-8072$ ✓

Ответ: $m\in[-8072;-2017]$ ✓

7б

④ ~~Упорядочим: $a\geq b\geq c$. Заметим, что a хотя бы $\frac{1}{6}$. В противном случае $a+b+c\leq 3a<\frac{1}{2}$, что противоречит условию (если $a<\frac{1}{6}$). 1~~

~~Если MNKL – квадрат → NK = ML = k·AB, где k – коэффициент подобия~~



$\cancel{\frac{NK}{AB} = \frac{x}{x+y}}$

~~(4) Данное неравенство Коши~~

$\cancel{\sqrt[3]{(1-a)^3(1-b)^3(1-c)^3}}$

~~По неравенству Коши – Буняковского~~

$\cancel{3\sqrt[3]{(1-a)(1-b)(1-c)} \le}$

(4) По неравенству Коши о средних: (все числа $1-a$, $1-b$, $1-c$ больше 0, т.к. $a<1$, $b<1$, $c<1$)

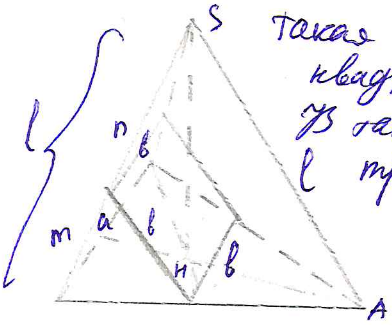
$$3\sqrt{(1-a)(1-b)(1-c)} \le 1-a+1-b+1-c \le 3-(a+b+c) \le 3-\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

* $a+b+c \ge \frac{1}{2} \to -(a+b+c) \le -\frac{1}{2}$ ✓

$$\to \sqrt{(1-a)(1-b)(1-c)} \le \frac{5}{6} \to (1-a)(1-b)(1-c) \le \frac{125}{216}.$$

7б

(5)



Такая конфигурация возможна, если стороны квадрата параллельны рёбрам пирамиды. В таком случае возникают ~~~~ подобные треугольники

$$\frac{b}{a} = \frac{n}{n+m} = \frac{n}{l}$$

$$\frac{b}{l} = \frac{m}{n+m} = \frac{l-n}{l} \to l-n = b \to n = l-b$$

$$\boxed{\frac{b}{a} = \frac{l-b}{l}} \to$$

$$\to bl = al - ab \to l(b-a) = -ab \to l = \frac{ab}{a-b} ✓$$

$S_{основание} = S$ прав Δ со стороной a $= \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ ✓

$HA = \frac{2}{3}h = \frac{2}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ ✓ (свойства прав. треугольника)

$\to SH$ (высота пирамиды) $= \sqrt{l^2 - AH^2} = \sqrt{\frac{a^2b^2}{(a-b)^2} - \frac{3a^2}{9}}$

А тогда объем $V = \frac{1}{3}SH\cdot S_{осн} = \frac{1}{3}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\sqrt{\frac{a^2b^2}{(a-b)^2} - \frac{3a^2}{9}} =$

$$= \frac{a^3\sqrt{3}}{12}\sqrt{\frac{b^2}{(a-b)^2} - \frac{1}{3}} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}\sqrt{\frac{b^2-a^2+2ab+b^2}{(a-b)^2\cdot 3}} = \frac{a^3}{12(a-b)}\sqrt{2b^2-a^2+2ab}$$

Ответ: $\frac{a^3}{12(a-b)}\sqrt{2b^2-a^2+2ab}$. ✓

7б