Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

03672

Шифр

1.	Предмет	математика
2.	Вариант	1
3.	Класс	10 „И"
4.	Фамилия	КОДРЯН
	Имя	АННА
	Отчество	СЕРГЕЕВНА
5.	Дата рождения	Число: 19; Месяц: 06; Год: 2005
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Новосибирская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Карасук
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Кодрян

Шифр | 03672

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
19		Емельянова	Ему

1	2	3	4	5	Σ
4	2	4	7	2	19

1. Квадрат любого числа может оканчиваться только на цифры 1, 4, 9, 5, 6, 0. Значит $n!$ не может оканчиваться на 2, 3, 7, 8.

Рассмотрим случаи, когда $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

$1! = 1$

$2! = 1! + 2! = 2$

$3! = 1! + 2! + 3! = 6$

$4! = 1! + 2! + 3! + 4! = 23$

$5! = 1! + 2! + 3! + 4! + 5! = 153$

$6! = 1! + 2! + 3! + 4! + 5! + 6! = 873$

не обосновано

Заметим, что при любом ? другом значении n $n!$ оканчивается на цифру 3. Следовательно, $n = 1; 3$.

Ответ: 1; 3.

2. $p(x) = (a+1)x^2 - (a+1)x + 2022$

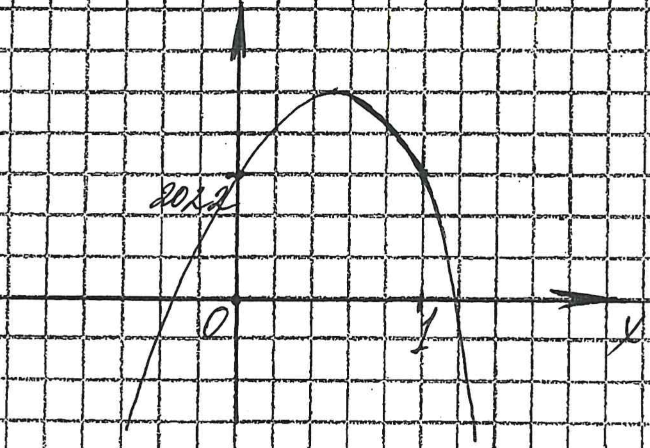
Рассмотрим значения $p(0)$ и ~~(1)~~ $p(1)$

$p(0) = 2022$

$p(1) = (a+1) - (a+1) + 2022 = 2022$.

Построим график функции

Чтобы найти максимальное значение a, ветви параболы должны быть направлены вниз $\Rightarrow (a+1) \leq 0$



Заметим, что при больших значениях x нарушается неравенство $-2022 \le p(x) \le 2022$

Тогда $a+1=0$

$a=-1$

Ответ: $a=-1$

3. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{ab+bc+ac}{abc}$

Заметим, что числа a, b и c в кубических уравнениях — корни $x^3-2022x+1011=0$

Рассмотрим т. Виета для кубических уравнений $(x-a)(x-b)(x-c)=x^3-2022x+1011$, где a, b и c — корни этого уравнения.

Раскроем скобки.

$x^3-cx^2-bx^2+bcx-ax^2+acx+abx-abc=x^3-2022x+1011$

Вынесем общие множители за скобки

$x^3-x^2\cdot(a+b+c)+x(ab+bc+ac)-abc=x^3-2022x+1011$

Тогда $a+b+c=0$; $ab+bc+ac=-2022$; $abc=-1011$

Подставим эти значения в выражение $\frac{ab+bc+ac}{abc}$ и получим ответ.

! как? нет обоснования

$\frac{-2022}{-1011}=2$

Ответ: 2

скобы

Шифр 03672

1. $(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)-(ax+bz)^2-(by+cx)^2-(cz-ay)^2\geq 0$

$(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)\geq(ax+bz)^2-(by+cx)^2-(cz-ay)^2$

Раскроем скобки

$(ax)^2+(ay)^2+(az)^2+(bx)^2+(by)^2+(bz)^2+(cx)^2+(cy)^2+(cz)^2\geq$

$\geq(ax)^2+(bz)^2+2axbz+(by)^2+(cx)^2+2bycx+(cz)^2+(ay)^2-2czay$

Сократим одинаковые переменные

$(az)^2+(bx)^2+(cy)^2\geq 2azbx+2cybx-2cyaz$

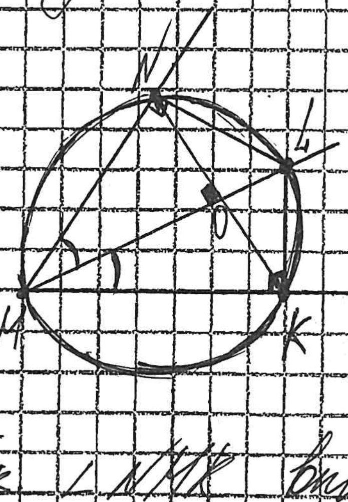
$(az)^2+(bx)^2+(cy)^2-2azbx-2cybx+2cyaz\geq 0$

Вспомним, что $(a+b-c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ac$. Тогда получаем, что

$(az+cy-bx)^2\geq 0\Rightarrow$ неравенство выполняется при любых значениях a, b, c, x, y и z,

ч.т.д.

5.



Дано: $\angle NMK$; ML - биссектриса; $M\in$ окр; $N, K, L\in$ окр;

$\angle NML=30°$

Найти: $MN+MK$

Т.к. $\angle NMK$ вписан в окружность, то $MN=MK$; ML - биссектриса вписанного угла $\Rightarrow ML$ - диаметр окружности. $\angle NMK$ вписан в окружность $\Rightarrow\angle MNL=\angle MKL=90°\Rightarrow\triangle MNL$ и $\triangle MKL$ - пря-

Край для скобы

Шифр 03672

тоугольн. в $\triangle MNL$ и $\triangle MKL$ общая гипотенуза и 2 равных катета $\Rightarrow \triangle MNL = \triangle MKL \Rightarrow S_{MNL} = S_{MKL} = \frac{1}{2} S_{MNLK} = \frac{1}{2} \cdot 25 = \frac{25}{2}$

~~Пусть сторона NL равна a, тогда сторона MN = 2a, т.к. $\sin 30° = \frac{1}{2}$.~~

~~По т. Пифагора $MN = \sqrt{4a^2 - a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$~~

~~$S_{MNL} = \frac{1}{2} \cdot MN \cdot NL = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{2}}{2} = \frac{25}{2}$~~

~~$a^2\sqrt{2} = 25$~~

~~$a^2 = \frac{25}{\sqrt{2}}$~~

~~$a = \frac{5}{\sqrt{\sqrt{2}}}$~~

Проведем прямую NK, тогда $\angle MON = 90°$

Пусть $NO = a$, тогда $MN = 2a$, т.к. $\sin 30° = \frac{1}{2}$

$S_{MNL} = \frac{1}{2} \cdot MN \cdot NO = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a = a^2 = \frac{25}{2}$

$a = \frac{5}{\sqrt{2}} \Rightarrow MN = 2a = \frac{10}{\sqrt{2}}$

$MN + MK = \frac{20}{\sqrt{2}}$

Ответ: $\frac{20}{\sqrt{2}}$