Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

003983

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	2
3.	Класс	11
4.	Фамилия	Кочеткова
	Имя	Алёна
	Отчество	Александровиа
5.	Дата рождения	30 (Число) 12 (Месяц) 2003 (Год)
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Томская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Томск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ Лицей при ТПУ

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

Место для скобы

Шифр 003983

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
18б	5.04.21	Гендрино И.Ю.	[signature]

1. Существует ли x такое, что все три данных числа - целые? Нет, так как если все три числа — целые, то их сумма-тоже целое число, тогда:

$$\underbrace{\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2+2020}}_{1\text{ число}}+\underbrace{x-\frac{1}{x}}_{2\text{ число}}+\underbrace{\frac{1}{x^2+2020}-\frac{1}{x}}_{3\text{ число}}=\underbrace{x-\frac{1}{x}}_{\text{сумма 3х чисел - целое число.}}$$

$x-\frac{1}{x}$ может быть целым только при $x=1$ и $x=-1$, т.к. это разность ~~т~~ какого-то числа и ему обратного числа. Тогда подставим $x=1$ в 1 и 3 число:

$\frac{1}{1}-\frac{1}{1+2020}$ и $\frac{1}{1+2020}-\frac{1}{1}$ — числа нецелые $\Rightarrow x=1$ не подходит.

Ан-но подставим $x=-1$: $-\frac{1}{1}-\frac{1}{2020+1}$ и $\frac{1}{1+2020}+\frac{1}{1}$ — числа нецелые $\Rightarrow x=-1$ тоже не подходит.

7 б

Следовательно не существует такого x, чтобы все три данных числа ~~оказались~~ являлись целыми.

1	2	3	4	5
7	7	2	2	

Место для скобы

Шифр 003983

4. $$\frac{x^3}{k+\sqrt[3]{2021^4}\cdot x}+\frac{\sqrt[3]{2021^4}\cdot x}{k+x^3}\le\frac{3}{2}-\frac{k}{x(x^2+\sqrt[3]{2021^4})}$$

$k>0$ по усл.

найти k, при кот. сущ-ют положит. решения x

$$\frac{x^3}{k+\sqrt[3]{2021^4}\cdot x}+\frac{\sqrt[3]{2021^4}\cdot x}{k+x^3}+\frac{k}{x^3+\sqrt[3]{2021^4}\cdot x}\le\frac{3}{2}.$$

$$\sqrt[3]{2021^4}\,x \overset{\text{об.}}{=} t \Leftrightarrow x^3=\frac{t^3}{2021^4}$$

$$\frac{\frac{t^3}{2021^4}}{k+t}+\frac{t}{k+\frac{t^3}{2021^4}}+\frac{k}{\frac{t^3}{2021^4}+t}\le\frac{3}{2}.$$

$$\frac{t^3}{2021^4k+2021^4\cdot t}+\frac{2021^4\cdot t}{2021^4\cdot k+t^3}+\frac{2021^4k}{t^3+2021^4\cdot t}\le\frac{3}{2}.$$

$$\left\{k\ne t;\ k\ne\frac{-t^3}{2021^4};\ t\ne0\ \ t^2\ne2021^4\ \ t\ne2021^2;\ t\ne-2021^2.\right\}$$

$$\frac{2021^4(t+k)}{t(t^2+2021^4)(2021^4k+t^3)}\le\frac{3}{2}-\frac{t\cdot t^2}{2021^4(k+t)}$$

$$\frac{2021^4(t+k)}{t}\overset{\text{об}}{=}\frac{1}{a}\Rightarrow a\overset{\text{об}}{=}\frac{t}{2021^4(k+t)}.$$

$$\frac{1}{a(t^2+2021^4)(2021^4k+t^3)}\le\frac{3}{2}-at^2.$$

Нет ответа на вопрос

2 б

Место для скобы

Шифр 003983

2. $\sin x+\sin^3 x+2021\cdot\sin^5 x=\cos(2x)+\cos^3(2x)+2021\cdot\cos^5(2x)$ (*)

Ур-е (*) имеет вид $f(t_1)=f(t_2)$, где $f(t)=t+t^3+2021\cdot t^5$;

$t_1=\sin x$

$t_2=\cos 2x$

Т.к. функция $f(t)$ ~~монотонна~~ возрастает на $\mathbb{R}$, т.к. это сумма трех возр-их функций, то можно сказать, что $t_1=t_2$.

$$\sin x=\cos 2x$$

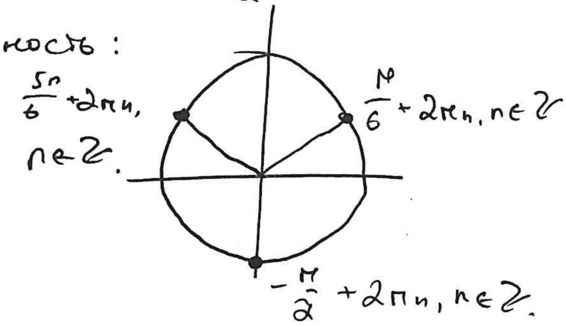
$$\sin x=1-2\sin^2 x$$

$$2\sin^2 x+\sin x-1=0.$$

$(2-1-1=0)$ (по методу коэффициентов)

$\sin x=-1$ $\sin x=\frac{1}{2}$

нанесем на окружность:



7б

Ответ: $x=(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in\mathbb{Z}.$

$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}.$

Место для скобы

Шифр

3. $p(t) = t^n + 5t^{n-1} + 3, \quad n > 1, \; n \in \mathbb{Z}$

Возможно ли представить $p(t)$ в виде произв. многочл. положит. степени с целыми коэффициентами? Да возможно:

Ответ неверный

- $n = 2$ $(2 > 1;\ 2 \in \mathbb{Z})$.

$p(t) = t^2 + 5t + 3.$

$D = 25 - 4 \cdot 3 = 13$

$t_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$

2б

$p(t) = \left(t - \frac{-5 + \sqrt{13}}{2}\right)\left(t - \frac{-5 - \sqrt{13}}{2}\right).$

тк коэффициенты д.б. целыми!