07007

Шифр

# ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
## ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
### заключительного этапа

| | | | |
|---|---|---|---|
| ет | МАТЕМАТИКА | | |
| нт | 1 | | |
| | 11 | | |
| ия | КЛИНКОВ | | |
| | ГЕОРГИЙ | | |
| тво | ВСЕВОЛОДОВИЧ | | |
| ождения | 10 | 08 | 2005 |
| | Число | Месяц | Год |
| а | Российская Федерация | | |
| (пр: Томская обл., инградская область) | Республика Саха (Якутия) | | |
| ниципального образования (, деревня, село, город) | Город | | |
| енный пункт (пр: Томск, ово, Псков) | Якутск | | |
| е наименование овательного учреждения, ром Вы обучаетесь в е время | МОБУ Якутский городской лицей | | |

асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

*Личная подпись* КГ

место для скобы

Шифр 07007

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|---|---|---|---|
| 15 | | Емельянова | Ему |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ |
|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 2 | 3 | 1 | 3 | 15 |

N 1

$2x^2+2x^2z^2+z^2+7y^2-42y+33=0$ $x, y, z \in \mathbb{Z}$

I $x=0$; $z=0$

тогда: $7y^2-42y+33=0$

$D=(-42)^2-4\cdot7\cdot33=1764-924=840$

$y_1=\frac{42-\sqrt{840}}{2\cdot14}$ — не целое число

$y_2=\frac{42+\sqrt{840}}{2\cdot14}$ — нецелое число

одновременно $x$ и $z$ не могут быть равными 0 +

II $2x^2+2x^2z^2+z^2+7y^2+33=42y$

$y>0$, т.к. левая ~~ч~~

$2x^2+2x^2z^2+z^2+7y(y-6)+33=0$

$y<6$ возможные значения $y$: {1, 2, 3, 4, 5}

почему? не обосновано

1) при $y=1$ и $y=5$; $7y^2-42y+33=-2$

$2x^2+2x^2z^2+2z^2=2$

есть лишь 2 решения: $x=1$, $z=0$ и $x=-1$, $z=0$

иначе целых корней нет

2) при $y=2$ и $y=4$; $7y^2-42y+33=-23$

Место для скобы

Шифр 07007

ТОГДА:

$2x^2+2x^2z^2+z^2=23$

Т.К. ЧЁТ+НЕЧЁТ=ЧЁТ, А $2x^2+2x^2z^2$ – ЧЁТ, ТО $z^2$ – НЕЧ.

Z ПРИНИМАЕТ ЗНАЧЕНИЯ $-1;1;-3;3$

ПРИ $z=-1$ И $z=1$: $4x^2=22$, $x$ – НЕЦЕЛОЕ

ПРИ $z=-3$ И $z=3$: $20x^2=14$, $x$ – НЕЦЕЛОЕ

$y\neq 2$; $y\neq 4$

3) $y=3$: $7y^2-42y+33=-30$

$2x^2+2x^2z^2+z^2=30$

АНАЛОГИЧНО В ДАННОМ СЛУЧАЕ $z$ – ЧЁТ.

$z=\{0;-2;2;-4;4\}$

ПРИ $z=0$: $2x^2=30$, ЦЕЛЫХ РЕШЕНИЙ НЕТ

ПРИ $z=-2$ И $z=2$: $10x^2=26$, $x$ – НЕЦЕЛОЕ

ПРИ $z=-4$ И $z=4$: $34x^2=14$, $x$ – НЕЦЕЛОЕ

ОТВЕТ: 1) $y=1$, $z=0$, $x=1$; 2) $y=1$; $z=0$; $x=-1$; 3) $y=5$; $z=0$; $x=-1$; 4) $y=5$; $z=0$; $x=1$

№2

$$2^{\lg(x^2-2023)}-\lg 2^{(x^2-2022)}=0 \qquad x^2>2023$$

$$2^{\lg(x^2-2023)}=(x^2-2022)\lg 2$$

I. КОЛИЧЕСТВО КОРНЕЙ ЧЁТНОЕ, Т.К. $x^2$ ДАЁТ ОДИН КОРЕНЬ ЛИШЬ ПРИ $x=0$, ЧТО В ДАННОМ УРАВНЕНИИ КОРНЕМ НЕ ЯВЛЯЕТСЯ

II. КОРНЕЙ НЕТ

Место для скобы

Шифр 07007

№5 $a, b, c > 0$

$$\frac{2a}{3(b+c)} + \frac{2b}{3(a+c)} + \frac{2c}{3(a+b)} \geq 1$$

I. при $a=b=c$:

$$\frac{2a}{3(a+a)} + \frac{2a}{3(a+a)} + \frac{2a}{3(a+a)} = \frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3} = 1 \geq 1 \quad \text{П}$$

II. при $a=c$, $b<a$, $b<c$:

$$\frac{2a}{3(a+b)} + \frac{2a}{3(a+b)} + \frac{b}{3a} \geq 1$$

$$\frac{4a}{3a+3b} + \frac{b}{3a} \geq 1$$

$$\frac{4a^2 + ab + b^2}{3a^2+3ab} \geq 1$$

$$4a^2+ab+b^2 \geq 3a^2+3ab$$

$$a^2-2ab+b^2 \geq 0$$

$$(a-b)^2 \geq 0 \quad \text{П}$$

III. при $a \neq b \neq c$, $a>b$, $b>c$:

$$\frac{2a}{3(b+c)} + \frac{2b}{3(a+c)} + \frac{2c}{3(a+b)} \geq 1$$

$$\frac{6a^2+2ac+6b^2+6bc}{3(ab+c^2+bc)} + \frac{2c}{3(a+b)} \geq 1$$

Место для скобы

Шифр 7007

$$\frac{8a^3+6a^2b+6a^2c+2abc+6abc+6c^3+6bc^2+\ldots}{3(a^2b+c^2a+4abc+ab^2+bc^2+b^2c)} \geq 1$$

$$\frac{18a^3+18b^3+18c^3+24abc+6a^2c+6a^2b+6c^2b+6b^2c+6b^2a+6c^2a}{3abc+3a^2b+3a^2c+3b^2c+3b^2a+3c^2b+3c^2a} \geq 1$$

$$\frac{6a^3+6b^3+6c^3+8abc+2a^2c+2a^2b+2c^2b+2c^2a+2b^2a+2b^2c}{abc+a^2b+a^2c+b^2c+b^2a+c^2a+c^2b} \geq 1$$

?

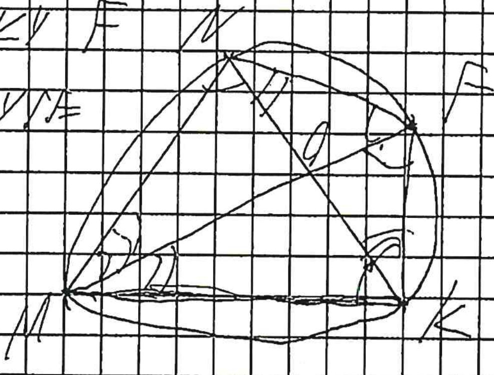
$6a^3+6b^3+6c^3+7abc+a^2b+a^2c+b^2c+b^2a+c^2a+c^2b \geq 0$ ч.т.д.

?

не обосновано

№ 3.

Рассм. точку F в малой дуге NK.




$MN=NK=MK$

$\angle M=\angle MNK=\angle NKM=60^\circ$

MNFK – четырёхугольник, вписанный в окр. =>

=> $\angle NFK=180^\circ-\angle NMK=120^\circ$

$\angle NFM=\angle MKN=60^\circ$ – опираются на одну дугу.

Аналогично $\angle MFK=\angle MNK$.

$MN=MK=NK=a$

скобы

Шифр 7007

По теореме Птолемея, $MF \cdot a = a \cdot NF + a \cdot FK$ =>

=> $MF = NF + FK$

$\angle MKN = \angle FNK$ – опираются на одну дугу

Аналогично $\angle NMF = \angle FKN$

$\triangle MOK \sim \triangle FON$ по 2 углам

$\triangle MNO \sim \triangle KFO$ по 2 углам

Из-за сохранения подобия двух пар $\triangle$-ов во сколько раз уменьшается $MF$, ~~во~~ при движении точки $F$, во столько же раз увеличиваются стороны $NF$ и $FK$, ~~при этом их общее изм.~~ отчего сумма что сторон, что их степеней будет неизменна ?

?

№4 $(x_1 + x_2 + x_3)\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}\right) = -1$

$1 + \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_1}{x_3} + \frac{x_2}{x_1} + 1 + \frac{x_2}{x_3} + \frac{x_3}{x_1} + \frac{x_3}{x_2} + 1 = 1$

$\frac{x_1^2 x_3 + x_1 x_2}{x_2 x_3} + \frac{x_2 x_3 + x_1 x_2}{x_1 x_3} + \frac{x_3 x_2 + x_3 x_2}{x_1 x_2} = -4$

$\frac{x_1^2 x_3 + x_1^2 x_2 + x_2^2 x_3 + x_2 x_1^2 + x_3^2 x_1 + x_3^2 x_2}{} = -4 x_1 x_2 x_3$