

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

020676

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА																											
2.	Вариант	2																											
3.	Класс	11																											
4.	Фамилия	К	Л	А	С	С	Е	Н																					
	Имя	Ф	Е	А	О	Р																							
	Отчество	А	Н	А	Р	Е	Е	В	И	Ч																			
5.	Дата рождения	2	1					0	2					2	0	0	2												
		Число				Месяц				Год																			
6.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	ТОМСКАЯ обл.																											
7.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	ГОРОД																											
8.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Асино)	ТОМСК																											
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МАОУ ГИМНАЗИЯ №29																											

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись А. Клас

10.	Контактный телефон	8	9	8	3	3	4	7	4	5	4	6																	
11.	e-mail	f.yodor.klassen@yandex.ru																											
12.	Профиль в вк	https://vk.com/																											
13.	Документ, удостоверяющий личность	6	9	1	5					6	9	7	1	9	0														
		серия				номер																							
		ПАСПОРТ ВЫДАН ОТДЕЛОМ УФМС РОССИИ ПО кем и когда выдан ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ 27.02.2016 кем и когда выдан																											
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (да/нет)	НЕТ																											
15.	Сирота (да/нет)	НЕТ																											
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (да/нет)	НЕТ																											

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
35	18.03.20	Телерина	А

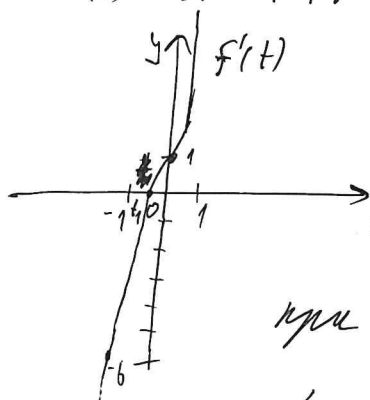
~ 1

Пусть $t = (x - 2020)^2$, тогда: $t + t^5 = 2 + 6$; $2t^6 - t^5 - t = 0$; $t(2t^5 - t^4 - 1) = 0$
 $t(t-1)(2t^4 + t^3 + t^2 + t + 1) = 0$; ~~$t(t-1)(t^2 + 2t + 1)(t^2 + t + 1) = 0$~~

$$\begin{cases} t=0 & (1) \\ t=1 & (2) \\ 2t^4 + t^3 + t^2 + t + 1 = 0 & (3) \end{cases}$$

$$(3): 2t^4 + t^3 + t^2 + t + 1 = 0$$

$$f(t) = 2t^4 + t^3 + t^2 + t + 1; f'(t) = 8t^3 + 3t^2 + 2t + 1$$



т.к. $f'(t)$ - непрерывная $f(t)$

и $f'(t) < 0$ при $t < t_1$

значит $f(t)$ принимает

при $t = t_1$, но $t_1 \in (-1; 0)$

при $t = -\frac{1}{2}$ $f'(t) = -1 + \frac{3}{4} - 1 + 1 = -\frac{1}{4}$

значит $t_1 \in (-\frac{1}{2}; 0)$

Рассмотрим $f(t)$: $f(t)$ принимает минимальное значение при $t = t_1$, но

значения $t^3 + t + 1$, т.к. $2t^4 + t^2 + 1$

минимальное значение $f(t)$ при $t = t_1$, но

$$\text{тогда: } t^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}; 2t^4 > 0$$

$$t > -\frac{1}{2}; \text{ но } t + t^3 > -\frac{5}{8}$$

тогда $t^3 + t + 1 > \frac{3}{8}$, значит $t^3 + t + 1 + 2t^4 + t^2 > \frac{3}{8}$
 тогда действительная часть $2t^4 + t^3 + t^2 + t + 1 = 0$
 не имеет решений.

~ 2

1	2	3	4	5
7	7	7	7	7

Пусть скорость 8. Волки пешком $\frac{8x}{2}$, на велосипеде $\frac{y}{2}$, на машине $\frac{z}{2}$, тогда: $\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{6}{y} + \frac{40}{z} = 2,2 & (1) \\ \frac{5}{x} + \frac{8}{y} + \frac{30}{z} = 2,4 & (2) \end{cases}$

Как необходимо найти $\frac{8}{x} + \frac{10}{y} + \frac{160}{z} = 2\left(\frac{4}{x} + \frac{5}{y} + \frac{80}{z}\right)$

~2 (кратное)

$$(1): \frac{4}{x} + \frac{6}{y} + \frac{40}{z} = 2,2; \quad \frac{4}{x} + \frac{5}{y} + \frac{80}{z} = 2,2 - \frac{1}{y} + \frac{40}{z}$$

$$(2): \frac{5}{x} + \frac{8}{y} + \frac{30}{z} = 2,4; \quad \frac{4}{x} + \frac{5}{y} + \frac{80}{z} = 2,4 - \frac{1}{x} - \frac{3}{y} + \frac{50}{z}$$

$$2,2 - \frac{1}{y} + \frac{40}{z} = 2,4 - \frac{1}{x} - \frac{3}{y} + \frac{50}{z}; \quad 0,2 - \frac{1}{x} - \frac{2}{y} + \frac{10}{z} = 0; \quad \frac{10}{z} - \frac{2}{y} - \frac{1}{x} = -0,2$$

$$(1) (2): \frac{4}{x} + \frac{6}{y} + \frac{40}{z} = 2,2; \quad (2) \frac{5}{x} + \frac{8}{y} + \frac{30}{z} = 2,4; \quad \frac{10}{x} + \frac{4}{x} + \frac{16}{y} + \frac{6}{y} + \frac{40}{z} + \frac{60}{z} = 7$$

$$\frac{10}{x} + \frac{16}{y} + \frac{60}{z} = 4,8$$

$$\frac{14}{x} + \frac{22}{y} + \frac{100}{z} = 7$$

$$\frac{8}{x} + \frac{10}{y} + \frac{160}{z} + \frac{6}{x} + \frac{12}{y} + \frac{60}{z} = 7$$

$$\frac{8}{x} + \frac{10}{y} + \frac{160}{z} \cdot 7 = 6 \cdot \left(\frac{10}{z} - \frac{2}{y} - \frac{1}{x} \right)$$

$$\frac{8}{x} + \frac{10}{y} + \frac{160}{z} - 7 = 6 \cdot (-0,2)$$

$$\frac{8}{x} + \frac{10}{y} + \frac{160}{z} = 7 - 1,2 = 5,8 \quad (2)$$

ответ: 5,8 раза

~3

$$4x+170; x > -\frac{1}{4}; -\frac{1}{4} \notin [1; 6]$$

Заметим, что $5\sqrt[5]{6,2x-5,2}$ и $\log_5(4x+1)$ - возрастающие функции, тогда при любом x уравнение $2018 \cdot 5\sqrt[5]{6,2x-5,2} + 2019 \cdot \log_5(4x+1) + m = 2020$ будет иметь не более 1 корня в действительных числах

$$\text{при } x=1: 2018 \cdot 5\sqrt[5]{6,2-5,2} + 2019 \cdot \log_5(4 \cdot 1 + 1) + m = 2020$$

$$2018 + 2019 + m = 2020$$

$$m = 2020 - 4037$$

$$\text{при } x=6: 2018 \cdot 5\sqrt[5]{6,2 \cdot 6 - 5,2} + 2019 \cdot \log_5(4 \cdot 6 + 1) + m = 2020$$

$$2018 \cdot 2 + 2019 \cdot 2 + m = 2020$$

$$m = 2020 - 8086 = -6054$$

Значит $m \in [-6054; -2017]$ и т.д. Если m будет меньше вл этого промежутка, то корня уравнения будет 2 и т.д.

№31 (продолжение)

находится вне промежутка $[1; 6]$ или будем
отбрасывать т.ч. при $m < -6054$;

2018 · $\sqrt[5]{62x-52}$ + 2019 · $\log_5(4x+1)$ + m ≤ 2020 будем 75
выполняемый при $x > 6$ т.ч. 2018 · $\sqrt[5]{62x-52}$ + 2019 $\log_5(4x+1)$ + m
это возрастающая функция, а значит при
m < -6054 2018 · $\sqrt[5]{62x-52}$ + 2019 $\log_5(4x+1)$ должно быть
больше ~~8074~~ 8074, но 2018 · $\sqrt[5]{62x-52}$ + 2019 · $\log_5(4x+1)$
при $x=6$ принимает значение 8074, а значит
 $x > 6$, но $x \in [1; 6]$. Значит m не может быть мень-
ше -6054

при m > -2017 чтобы уравнение имело корни
значение 2018 · $\sqrt[5]{62x-52}$ + 2019 $\log_5(4x+1)$ должно быть
меньше 4037, но это значит, что $x < 1$ т.ч.

при $x=1$: 2018 · $\sqrt[5]{62x-52}$ + 2019 $\log_5(4x+1)$ = 4037, а это убыва-
ющая функция, значит для уменьшения
ее значений нужно уменьшать x, значит
m не может быть больше -2017
вы значения m из промежутка $[-6054; -2017]$
т.ч. ~~77~~ при нахождении из них $x \in [1; 6]$, а значит
2018 · $\sqrt[5]{62x-52}$ + 2019 · $\log_5(4x+1)$ существует.

Ответ: m $\in [-6054; -2017]$

№4

75

Пусть $a+b+c=k$, тогда будем изменять значения
 $a; b; c$ так, чтобы их сумма не менялась, а произведе-
ние $(1-a)(1-b)(1-c)$ увеличивалось. Заметим, что т.ч. $a < 1$ и $b < 1$ и $c < 1$, то
если $a > 0$; $b > 0$; $c > 0$

н4 (продолжение)

т.е. сумма $a+b+c$ не изменяется, то максимальное значение $(1-a)(1-b)(1-c)$ будет достигнуто при $(1-a)=(1-b)=(1-c)$

Докажем это, пусть $(1-a) = k$ и $(1-b) = z$, тогда $(1-c) = 1 - a - b - c = 1 - (a+b+c) = 1 - (1-k) - (1-z) = k+z-1$

если 2 числа k и z , докажем, что если $k+z = \text{const}$, то $k \cdot z \leq \left(\frac{k+z}{2}\right)^2$; $k+z \leq k^2 + 2kz + z^2 \Rightarrow k^2 - 2kz + z^2 \geq 0 \Rightarrow (k-z)^2 \geq 0$

это верное утверждение т.к. $(k+z)^2 - k^2 - z^2 = 2kz$ - константа, значит если сумма двух чисел постоянна, то их произведение максимально при $k=z$

значит $(1-a)(1-b) \leq \left(1 - \frac{a+b}{2}\right)^2$, тогда $(1-a)(1-b)(1-c) \leq \left(1 - \frac{a+b+c}{3}\right)^3 = \left(\frac{3-(a+b+c)}{3}\right)^3$

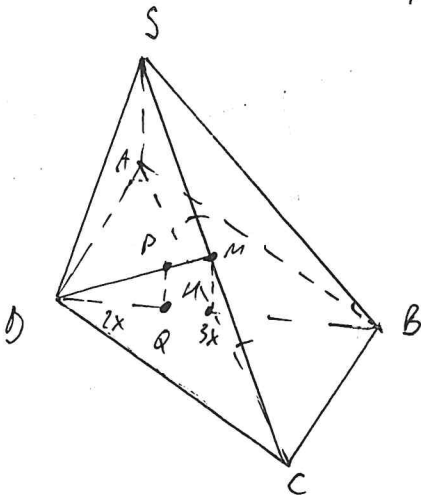
$$\left(\frac{3-(a+b+c)}{3}\right)^3 \leq \left(\frac{\frac{8}{3}}{3}\right)^3 = \left(\frac{8}{9}\right)^3 = \frac{512}{729}$$

т.к. $a+b+c \geq \frac{1}{3}$, то:

$$(1-a)(1-b)(1-c) \leq \frac{512}{729} \text{ т.к.}$$

н5

75



Пусть K - середина AB , тогда K - середина AC т.к. AC и BD - диагонали параллелограмма. Значит в $\triangle SCA$ $CM=MS$ и $CK=KA$. Значит MN - средняя линия $\triangle SCA$, тогда $MN = \frac{1}{2}SA = 12,5$

т.к. K - середина BD , то $DK=KB$, пусть $DQ=2x$, тогда $QB=3x$ и $DB=5x$, а $ND = \frac{1}{2}DB = 2,5x$

т.к. SQ и AP перпендикулярны, то P, Q, A, S лежат в одной плоскости, но P и Q лежат в плоскости (MDB) , значит $PQ \perp SA$ т.к. $SA \perp (MDB)$ и $SA \parallel MN$, тогда $PQ \parallel MN$ т.к. лежат в одной плоскости и не

Уменьш. обз. морен) изобавлено: 67

$PQ \parallel SA$ и MI , значит $PQ \parallel MI$, и следовательно $\triangle PQD \sim \triangle MID$, тогда: $\frac{MI}{PQ} = \frac{DI}{DQ}$; $\frac{12,5}{PQ} = \frac{2,5x}{2x}$

$$PQ = \frac{12,5 \cdot 2x}{2,5x} = \frac{25}{2,5} = \frac{250}{25} = 10$$

omben: $PQ = 10$ ✓

$$\begin{aligned} & \frac{(1-a)(1-b)(1-c) \times (1-\frac{a+b}{2})^2}{(1-c)^2 \times (1-\frac{a+b}{2}) \times (1-\frac{a+b+c}{2})^2} \\ &= \frac{(1-\frac{a+b}{2})(1-\frac{a+b+2c}{4})^2}{(1-\frac{a+b+c}{4}) \times (1-\frac{a+b+2c+\frac{a+b}{2}}{2})^2} \\ &= \frac{(1-\frac{a+b+2c}{4})^2}{(1-\frac{3a+3b+2c}{8})^2} \leq 1 \end{aligned}$$