Место для скобы

020395

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1
3.	Класс	11
4.	Фамилия	К И М
	Имя	О Л Ь Г А
	Отчество	А Л Е К С А Н Д Р О В Н А
5.	Дата рождения	0 7 (Число) 1 1 (Месяц) 2 0 0 2 (Год)
6.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Республика Казахстан
7.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
8.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Асино)*	Алматы
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	КГУ „Лицей N166"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ______________

10.	Контактный телефон	+ 7 7 0 7 2 2 5 5 2 2 5
11.	e- mail	eavdok123@gmail.com
12.	Профиль в вк	https://vk.com/id295301197
13.	**Документ, удостоверяющий личность**	серия: ; номер: 04 38 08 60 1 МВД РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН кем и когда выдан 14.12.2018 кем и когда выдан
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (**да/нет**)	нет
15.	Сирота (**да/нет**)	нет
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (**да/нет**)	да

Место для скобы

Шифр 020395

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
18	16.03.10	Хмылёва Т.Е	[подпись]

№1. Найти x и y.

$$(x-y)^2+(y-2\sqrt{x}+2)^2=\frac{1}{2}.$$

Решение:

$$(x-y)^2+(y-2\sqrt{x}+2)^2=\frac{1}{2}. \qquad x>0$$

Пусть $\begin{cases} x-y=0. \\ (y-2\sqrt{x}+2)^2=\frac{1}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} x=y. \\ (x-2\sqrt{x}+2)^2=\frac{1}{2}. \end{cases}$

$$x^2+4x+4-4\sqrt{x}(x+2)+4x=\frac{1}{2}.$$

$$x^2+4x+4-4x\sqrt{x}-8\sqrt{x}+4x=\frac{1}{2}.$$

$$x^2+8x+4-4x\sqrt{x}-8\sqrt{x}=\frac{1}{2}.$$

$$2x^2+16x+8-8x\sqrt{x}-16\sqrt{x}=1.$$

Нет решений.

При $\begin{cases} (y-2\sqrt{x}+2)^2=0. \\ (x-y)^2=\frac{1}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} y=2\sqrt{x}-2. \\ (x-2\sqrt{x}+2)^2=\frac{1}{2} \end{cases}$

$$2(x^2+4x+4-4\sqrt{x}(x+2)+4x)=1.$$

Нет решений.

При $(x-y)^2=(y-2\sqrt{x}+2)^2$

$$x-y=y-2\sqrt{x}+2.$$

$$y=\frac{x+2\sqrt{x}-2}{2}.$$

$$\left(x-\frac{x+2\sqrt{x}-2}{2}\right)^2+\left(\frac{x+2\sqrt{x}-2}{2}-2\sqrt{x}+2\right)^2=\frac{1}{2}.$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x-2\sqrt{x}+2}{2}\right)^2+\left(\frac{x-2\sqrt{x}+2}{2}\right)^2=\frac{1}{2}.$$

$$2\left(\frac{x-2\sqrt{x}+2}{2}\right)^2=\frac{1}{2}.$$

$$\left(\frac{x-2\sqrt{x}+2}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$$

$$\frac{x-2\sqrt{x}+2}{2}=\frac{1}{2}. \quad \text{или} \quad \frac{x-2\sqrt{x}+2}{2}=-\frac{1}{2}.$$

) для
бы

Шифр 020395

1) $2x-4\sqrt{x}+4=2$
$2x-4\sqrt{x}+2=0.$
$x-2\sqrt{x}+1=0.$
$D_1=1-1=0.$
$x_{1,2}=\frac{1\pm 0}{1}=1.$
$y=\frac{1+2-2}{2}=\frac{1}{2}.$

Ответ: $x=1;\ y=\frac{1}{2}$

2) $2x-4\sqrt{x}+4=-2.$
$2x-4\sqrt{x}+6=0.$
$x-2\sqrt{x}+3=0.$
$D<0.$
Нет решений.

1б

Други решения?

№2. Запишем условие

	пешком	велосипед	машина	время
1)	2км	3км	20км	1ч 6мин 66мин
2)	5км	8км	30км	2ч 24мин 144мин
Найти:	4км	5км	80км	? мин

Пусть $v_{пешком}=x$, $v_{велосипед}=y$, $v_{машина}=z$.

Составим систему:

$\frac{4}{x}+\frac{5}{y}+\frac{80}{z}-?$

$$\begin{cases}\frac{2}{x}+\frac{3}{y}+\frac{20}{z}=66 & \Big|\cdot 3\\ \frac{5}{x}+\frac{8}{y}+\frac{30}{z}=144 & \Big|\cdot 2\end{cases}$$

$$\begin{cases}\frac{6}{x}+\frac{9}{y}+\frac{60}{z}=198\ (1)\\ \frac{10}{x}+\frac{16}{y}+\frac{60}{z}=288\ (2)\end{cases}$$

Вычтем из (2) (1).

Получим

$$\frac{4}{x}+\frac{7}{y}=90. \Longleftrightarrow \boxed{\frac{4}{x}+\frac{5}{y}=90-\frac{2}{y}}\ (*)$$

$$\begin{cases}\frac{2}{x}+\frac{3}{y}+\frac{20}{z}=66 & \Big|\cdot 5\\ \frac{5}{x}+\frac{8}{y}+\frac{30}{z}=144 & \Big|\cdot 2\end{cases}$$

$$\begin{cases}\frac{10}{x}+\frac{15}{y}+\frac{100}{z}=330\\ \frac{10}{x}+\frac{16}{y}+\frac{60}{z}=288.\end{cases} -$$

$$\frac{1}{y}-\frac{40}{z}=-42. \Longleftrightarrow \frac{1}{y}=-42+\frac{40}{z}.$$

Подставим в (*)

$$\frac{4}{x}+\frac{5}{y}=90-2\left(-42+\frac{40}{z}\right)=90+84-\frac{80}{z} \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \frac{4}{x}+\frac{5}{y}+\frac{80}{z}=174(мин)=2(ч)54(мин)$$

Ответ: 174 мин (2ч 54мин).

7б

№3.

) для
бы

Шифр 020395

Найти m:

$2019 \cdot \sqrt[3]{3{,}5x-2{,}5} + 2018 \cdot \log_2(3x-1) + m = 2020$.

при $x \in [1;3]$

Решение:

Пусть $k=2018$, тогда $2019 = k+1$ и
$2020 = k+2$.

~~к~~ при $x=1$:

$(k+1)\cdot 1 + k \cdot \log_2(3\cdot 1^2 - 1) + m = k+2$.

$k+1+k+m = k+2$.

$m = -k+1$

$m = -2017$.

при $x=3$:

$(k+1)\sqrt[3]{3{,}5\cdot 3 - 2{,}5} + k \cdot \log_2(3\cdot 3 - 1) + m = k+2$.

$2k + \cancel{2} + 3k + m = k + \cancel{2}$.

$m = -4k$

$m = -4 \cdot 2018 = -4072$?

35

Т.к. $x \in [1;3] \Rightarrow m \in [-4072; -2017]$.

Ответ: $m \in [-4072; -2017]$.

почему?

№4.

$a<1$, $b<1$, $c<1$, $a+b+c \geq \frac{1}{2}$

Док-ть: $(1-a)(1-b)(1-c) \leq \frac{125}{216}$.

Решение: $(1-a)(1-b)(1-c) = 1 \underbrace{-a-b-c}_{\approx -\frac{1}{2}} + ab + ac + bc - abc$

$(a+b+c)^2 \geq a^2+b^2+c^2 \cancel{+2ab+2bc+2ac}$

при $(a+b+c)^2 \approx a^2+b^2+c^2$?

$2ab+2bc+2ac=0$.

Тогда $\frac{1}{2} - abc \leq \frac{125}{216}$

06

$(\underbrace{ab+bc+ac}_{\approx 0})^2 = (ab)^2 + bc \cdot ab + ac \cdot ab + ab \cdot bc + (bc)^2 +$
$+ ac \cdot bc + ac \cdot ab + bc \cdot ac + (ac)^2 =$

$= (ab)^2 + (bc)^2 + (ac)^2 + 2abc(a+b+c) =$

$= \underbrace{(ab)^2 + (bc)^2 + (ac)^2}_{\approx 0} + abc \Rightarrow abc < 0$.

Тогда $\frac{1}{2} \leq \frac{125}{216}$ — верно

чтд.

) для
бы

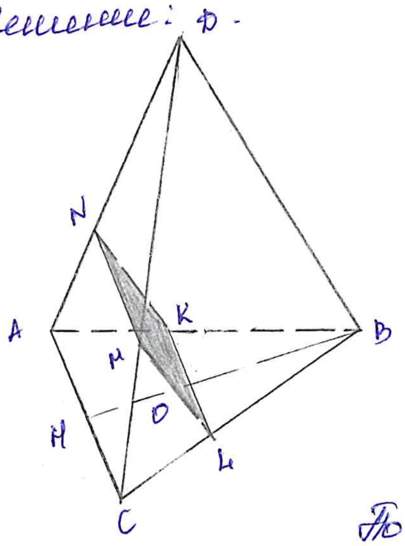
Шифр 020395

№5.

Дано:
ABCD-прав. пирамида
$AB=a$
KLMN-квадрат.
$KL=b$

Найти:
$V-?$

Решение:



$\triangle BKL \sim \triangle ABC$

$$\frac{KL}{AC}=\frac{BK}{AB} \Rightarrow BK=\frac{KL\cdot AB}{AC}=$$
$$=\frac{b\cdot a}{a}=b. \Rightarrow AK=a-b.$$

DO- высота пирамиды.

$$\frac{NK}{DB}=\frac{AK}{AB}. \quad (\triangle ANK \sim \triangle ABD).$$

$$BD=\frac{AB\cdot NK}{AK}=\frac{a\cdot b}{a-b}.$$

По т. Пифагора.

$$DO^2=h^2=DB^2-OB^2.$$
$$OB=\frac{a\sqrt{3}}{3}$$
$$h^2=DO^2=\frac{a^2b^2}{(a-b)^2}-\frac{a^2}{3}=\frac{3a^2b^2-a^2(a-b)^2}{3(a-b)^2}.$$

Объем: $V=\frac{1}{3}S_{осн}\cdot h.$

$$V=\frac{1}{3}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot\sqrt{\frac{3a^2b^2-a^2(a-b)^2}{3(a-b)^2}}=$$
$$=\frac{1}{3}\cdot\frac{a^3\sqrt{3}}{4(a-b)}\sqrt{\frac{3b^2-(a-b)^2}{3}}$$

Ответ: $V=\frac{1}{3}\cdot\frac{a^3\sqrt{3}}{4(a-b)}\sqrt{\frac{3b^2-(a-b)^2}{3}}$

7б