Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

020683

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	2
3.	Класс	11Т
4.	Фамилия	КУПЦЕВИЧ
	Имя	ЯРОСЛАВ
	Отчество	СЕРГЕЕВИЧ
5.	Дата рождения	21 (Число) 08 (Месяц) 2002 (Год)
6.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Томская область
7.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город.
8.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Асино)*	Томск
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	Муниципальное Автономное Общеобразовательное учреждение Школа „Перспектива" г. Томска

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

10.	Контактный телефон	89969381449
11.	e- mail	yrik.f1p@mail.ru
12.	Профиль в вк	https://vk.com/ yjarik
13.	**Документ, удостоверяющий личность**	6916 (серия) 718822 (номер) Отделом УФМС России по Томской (кем и когда выдан) области гор. Томска 0.2.08.2016 (кем и когда выдан)
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (**да/нет**)	Нет
15.	Сирота (**да/нет**)	нет
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (**да/нет**)	нет

Место для скобы

Шифр 020683

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
28 б	18.03.20	Гендрина	

1	2	3	4	5
7	7	7	7	0

№1

$(x-2020)^2+(x-2020)^{10}=2(x-2020)^{12}$, ~~Пусть~~

1) Пусть $x-2020=t$, тогда выражение примет вид:

$t^2+t^{10}=2t^{12}$

$t^2(1+t^8-2t^{10})=0$

~~$g(t)=1+t^8-2t^{10}$~~

2) $t=0$ или $1+t^8-2t^{10}=0$

при $t=1$,

$1+1-2=0$

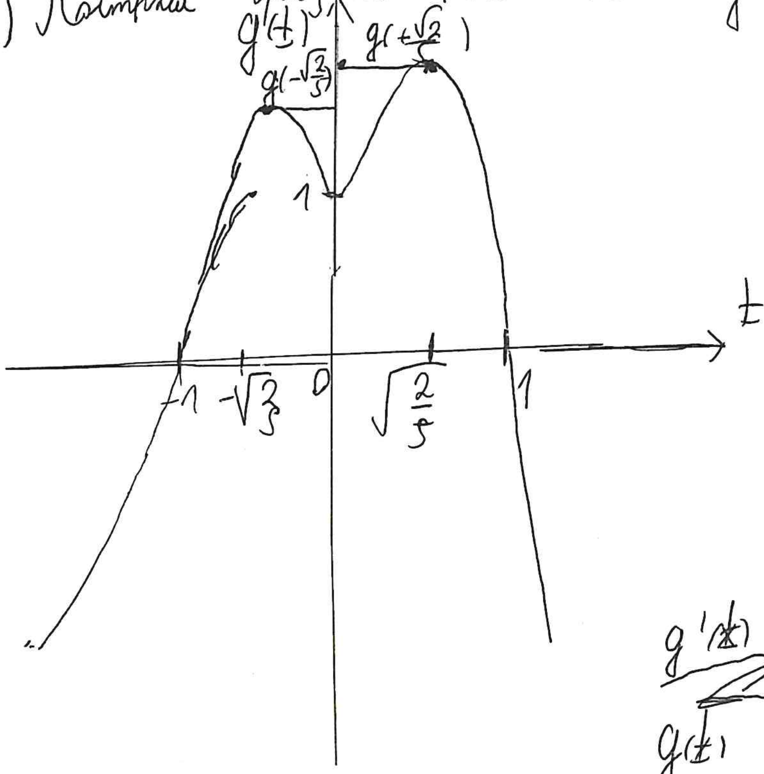
7 б

при $t=-1$,

$1+(-1)^8-2(-1)^{10}=$

$1+1-2=0$.

3) Построим схематично график $1+t^8-2t^{10}=g(t)$



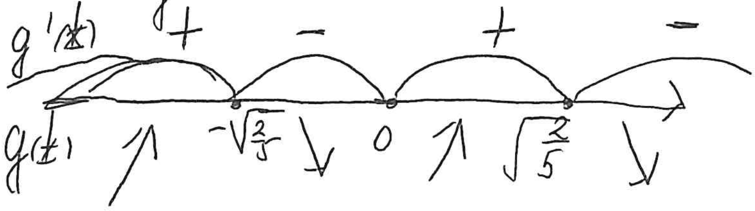
Найдем корни при $t\neq\mp1$

~~Пусть~~ Пусть $g(t)=1+t^8-2t^{10}$

$g'(t)=8t^7-20t^9$

$g'(t)=4t^7(2-5t^2)$

$g'(t)=0$, при $t=0, t=\mp\sqrt{\frac{2}{5}}$



4) ~~Других~~ Корней кроме $t=\mp1$,

у $1+t^8-2t^{10}$ не существует

№1 (продолжение)

Шифр 020683

5) Итак, $\left.\begin{array}{l} t=0 \\ t=1 \\ t=-1 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} x-2020=0 \\ x-2020=1 \\ x-2020=-1 \end{array}$

$x=2020, x=2021, x=2019.$

Ответ: 2020, 2021, 2019

№2

7б

1) Пусть, p км/ч – скорость дяди Вани пешком

Vel км/ч – скорость дяди Вани на велосипеде

M – скорость дяди Вани на машине

$\frac{1}{p}$ ч – время, затраченное дядей Ваней на ~~прохожд~~ прохождение 1 км пешком

$\frac{1}{Vel}$ ч – время, затраченное дядей Ваней на прохожд. 1 км на велосипед.

$\frac{1}{M}$ ч – время, за которое дядя Ваня ~~проходит~~ проезжает 1 км на дороге.

~~Из пер~~ Из первого условия:

$$\left(\frac{4}{p}+\frac{6}{Vel}+\frac{40}{M}\right) ч = 2\frac{12}{60} ч$$

~~И~~ Из второго условия следует:

$$\frac{5}{p}+\frac{8}{Vel}+\frac{30}{M}=2\frac{24}{60} ч.$$

Нужно найти: $\frac{8}{p}+\frac{10}{Vel}+\frac{160}{M}-?$ (*)

(3 стр.)

) для
бы

№2 (Продолжение) Шифр 020683

2) Получили систему уравнений. $2\frac{12}{60}$

$$\begin{cases} \frac{4}{p} + \frac{6}{vel} + \frac{40}{M} = 2.2(4)\ (1) \\ \frac{5}{p} + \frac{8}{vel} + \frac{30}{M} = 2.4(4)\ (2) \end{cases}$$

$2\frac{24}{60}$

Если из (2) вычтем (1), получим:

$$\frac{1}{p} + \frac{2}{vel} - \frac{10}{M} = 0{,}24$$

$$\boxed{\frac{1}{p} = 0{,}24 - \frac{2}{vel} + \frac{10}{M}}\ (3)$$

Подставим (3) в (1), получили:

$$0{,}84 - \frac{8}{vel} + \frac{40\cancel{M}}{M} + \frac{6}{vel} + \frac{40}{M} = 2.24.$$

$$\boxed{\frac{80}{M} = 1.44 + \frac{2}{Vel}}\ (4)$$

3) Подставим (3) в (*); получим:

$$1.64 - \frac{16\cancel{vel}}{vel} + \frac{80}{M} + \frac{10}{vel} + \frac{160}{M};$$

$$1.64 + \frac{240\cancel{M}}{M} + \frac{6}{vel};$$ ~~подставим~~ Из подставим (4)

$$(1{,}4 \cdot 3)4 + 1{,}64 + \frac{6}{vel} - \frac{6}{vel} = 1{,}64 + 4{,}20 = 5{,}84.$$

Ответ: 5,84 потребуется дяде Ване, чтобы пройти 8 км пешком.

№3

$2018 \cdot \sqrt[5]{6{,}2x-5{,}2} + 2019 \cdot \log_5 (4x+1) + m = 2020, \quad x > -\frac{1}{4}$

$g(x) = \sqrt[5]{6{,}2x-5{,}2}$, тогда

$g'(x) = \frac{6{,}2}{\sqrt[5]{(6{,}2x-5{,}2)^4}} > 0$, значит $g(x) \nearrow$

$\log_5 t$ – ~~возрастающая~~ ст. при любом t, т.к $a = 5$, $a > 1$. $\Rightarrow$

$\Rightarrow a(x) = 2018 \cdot \sqrt[5]{6{,}2x-5{,}2} + 2019 \cdot \log_5 (4x+1) + m - 2020$

$a(x)$ – ~~возрастающая~~ ~~возрастает~~ ~~возрастает~~ ~~возрастающая~~

возрастает, и существует при $x > -\frac{1}{4}$.

~~т.е. иметь может быть одно решение~~

Значит, $a(x) = 0$, при $x \in [1;6]$, при

15

$$\begin{cases} a(1) \le 0 \quad (1) \\ a(6) \ge 0 \quad (2) \end{cases}$$

Из (1): $2018\sqrt[5]{6{,}2-5{,}2} + \log_5 5 \cdot 2019 + m - 2020 \le 0$

$2018 + 2019 + m - 2020 \le 0$

$m \le -2017$.

Из (2): $2018\sqrt[5]{6{,}2 \cdot 6 - 5{,}2} + \log_5 25 \cdot 2019 + m - 2020 \ge 0$

$2018\sqrt[5]{32} + 2 \cdot 2019 + m - 2020 \ge 0$

$2018 \cdot 2 + 2019 \cdot 2 + m - 2020 \ge 0$

$m \ge -2014 - 2018 - 2019$

для
бы

Шифр 20683

№3 (Продолжение:

Итак: $\begin{cases} m \leq -2017 \\ m \geq -6054 \end{cases} \Rightarrow m \in [-6054; -2017]$

Ответ: при $m \in [-6054; -2017]$, любое решение, будет ~~принадлеж~~ принадлеж. отрезку $[1; 6]$

№4

$a<1, b<1, c<1, a+b+c \geq \frac{1}{3}$

7 б

Доказать: $(1-a)(1-b)(1-c) \leq \frac{512}{729}$.

Т.к $(1-a)(1-b)(1-c) > 0$, т.к $a<1, b<1, c<1$, то по Неравенству Коши: $\frac{1-a+1-b+1-c}{3} \geq \sqrt[3]{(1-a)(1-b)(1-c)}$;

$\frac{3-(a+b+c)}{3} \geq \sqrt[3]{(1-a)(1-b)(1-c)}$;

$\sqrt[3]{(1-a)(1-b)(1-c)} \leq 1-\frac{(a+b+c)}{3}$, т.к $a+b+c \geq \frac{1}{3}$, то:

$\sqrt[3]{(1-a)(1-b)(1-c)} \leq 1-\frac{(a+b+c)}{3} \leq 1-\frac{1}{9}$

$\sqrt[3]{(1-a)(1-b)(1-c)} \leq \frac{8}{9}$

$(1-a)(1-b)(1-c) \leq \left(\frac{8}{9}\right)^3$

$(1-a)(1-b)(1-c) \leq \frac{2^9}{729}$

$(1-a)(1-b)(1-c) \leq \frac{512}{729}$, ч.т.д.

[6 стр.