



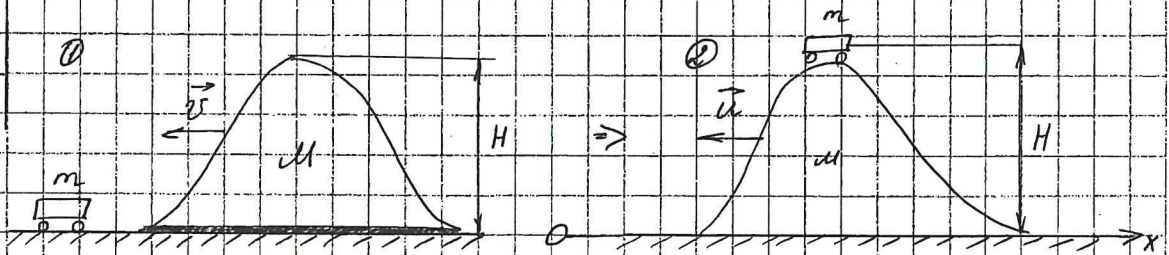
Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
74	30.05	Бурлакин В. В.	С. В.

№3

1/2/3/4/5  
12/20/20/20/20/74

Дано:

Решение

 $H, M, m$  $v_{\text{min}} - ?$ 

I. Для того, чтобы тело пересекло горку, необходимо, чтобы оно поднялось на высоту  $H$ ;  $v = v_{\text{min}}$ , если тело на вершине горки не будет иметь скорости.

По условию трения нет  $\Rightarrow$  будет выполняться закон сохранения механической энергии.

1) По ЗСЭ для положений 1) и 2) системы тел  $m$  и  $M$ :

$$\frac{Mv^2}{2} = \frac{(M+m)u^2}{2} + mgH \quad (1)$$

2) По Закону сохранения импульса в проекции на ось  $Ox$ :

$$Mv = (M+m)u \quad (2)$$

Выразим из (2)  $u$  и подставим в (1):

$$\frac{Mv^2}{2} = \frac{(M+m)}{(M+m)^2} \frac{M^2v^2}{2} + mgH \quad 1 \times 2$$

$$v^2 \left( \frac{M}{M+m} - \frac{M^2}{(M+m)^2} \right) = 2mgH \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gH \left( \frac{m(M+m)}{M^2 + Mt - M^2} \right)} = \sqrt{2gM \left( 1 + \frac{m}{M} \right)}$$

$$v_{\text{min}} = \sqrt{2gM \left( 1 + \frac{m}{M} \right)}$$

12

II.  $v < v_{\text{min}}$  если горка будет двигаться со скоростью меньшей, чем  $v_{\text{min}}$ , то тело не будет пересекать на другую сторону горки.

[ 1 страница ]

13 (продолжение)



Тело заедет на горку на высоту  $h$  ( $h < H$ ), а затем скатится с горки и тело и горка будут двигаться со скоростями  $v_2$  и  $v_2$

Запишем закон сохранения энергии для положения 1 и 3:

$$\frac{Mv^2}{2} = \frac{Mu_2^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}$$

$$Mv^2 = Mu_2^2 + mv_2^2$$

Запишем закон сохранения импульса для 1 и 3:

$$Mv = m v_2 + M u_2$$

Решим систему

$$\begin{cases} Mv^2 = Mu_2^2 + mv_2^2 & (1) \\ Mv = m v_2 + M u_2 & (2) \end{cases}$$

Разделим (1) на (2):

$$\frac{M(v^2 - u_2^2)}{M(v + u_2)} = \frac{m v_2^2}{m v_2} \Rightarrow v + u_2 = v_2 \quad (3)$$

Умножим (3) на  $m$ :

$$m v + m u_2 = m v_2 \quad (4)$$

Вычтем из (2) (4):

$$Mv - m v - m u_2 = m v_2 + M u_2 - m v_2$$

$$u_2 (M + m) = Mv - m v$$

$$v_2 = v + \frac{v(M-m)}{M+m} = v \frac{2M}{M+m}$$

- скорость горки (после взаимодействия с телом)

$$= v \left( \frac{M+m + M-m}{M+m} \right) = v \frac{2M}{M+m} \Rightarrow v_2 = \frac{2Mv}{M+m}$$

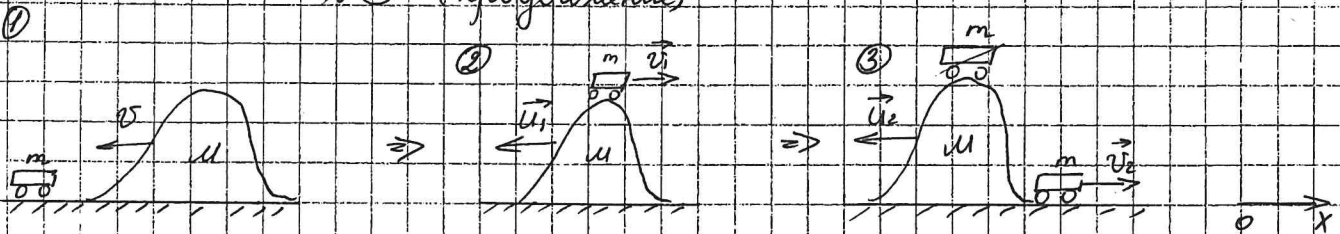
- скорость тела (после взаимодействия с горкой)

III  $v > v_{\text{шип}}$  тело на вершине горки будет иметь некоторую ненулевую скорость

## Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри

№3 (продолжение)



1) Запишем закон сохранения энергии для положений 1) и 3)

$$\frac{Mv^2}{2} = \frac{Mu_2^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}, \quad Muv^2 = Mu_2^2 + mv_2^2 \quad (1)$$

Запишем закон сохранения импульса для положений 1) и 3):

$$Mv = Mu_2 + mv_2 \quad \text{ок:} \quad Mv = Mu_2 - mv_2 \quad (2)$$

$$\begin{cases} Muv^2 = Mu_2^2 + mv_2^2 \\ Mv = Mu_2 - mv_2 \end{cases} \quad \begin{cases} M(v^2 - u_2^2) = mv_2^2 \\ M(v - u_2) = -mv_2 \end{cases} \quad (3) \quad (4) \quad (3) \Rightarrow v + u_2 = -v_2 \quad (5)$$

Поделим (5) на  $m$ :  $mv + mu_2 = -mv_2 \quad (6)$

$$-(2) + (6): -Mv + mv + mu_2 = -(Mu_2 - mv_2) - mv_2$$

$$u_2 = v \frac{(M-m)}{M+m}; \quad v_2 = -\frac{2Mv}{M+m}$$

$$v_2 = -v - u_2 = -\frac{2Mv}{M+m}; \quad \text{знак "-" показывает направление}$$

Ответ: I  $v_{\text{мин}} = v = \sqrt{2gH \left(1 + \frac{m}{M}\right)}$

II.  $v < v_{\text{мин}}$ ,  $v_2 = \frac{2Mv}{M+m}$ ;  $u_2 = v \frac{(M-m)}{M+m}$

III.  $v > v_{\text{мин}}$ ,  $v_2 = -\frac{2Mv}{M+m}$ ,  $u_2 = v \frac{(M-m)}{M+m}$

№2

Дано

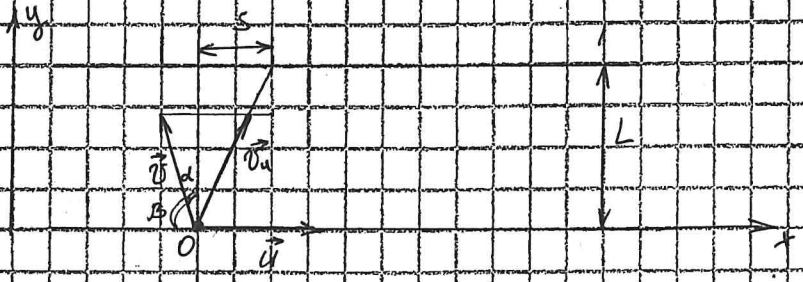
Решение

$L = 800 \text{ м}$

$v = 1,15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$u = 1,15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

В-?



1) Относительность движения: Земля - неподвижная с.о. река - подвижная с.о.

По закону сложения скоростей:  $\vec{v}_{от} = \vec{v}_{от} + \vec{v}_n$

$\vec{v}_{от} = \vec{v}$ ,  $\vec{v}_{от} = \vec{v}_u$ ,  $\vec{v}_n = \vec{u}$ ,  $v_u$  - скорость туриста относительно земли

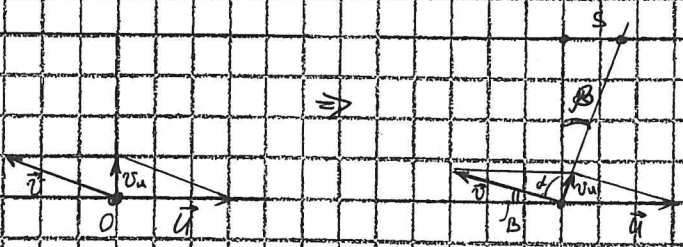
$\vec{v}_u = \vec{v} + \vec{u}$

2) Уравнение движения лодки:  $y = v \cos \alpha t$ ,  $y = L$   
 $x = (u - v \sin \alpha) t$ ,  $x = S$

$t = \frac{L}{v \cos \alpha}$   $\Rightarrow S = (u - v \sin \alpha) \frac{L}{v \cos \alpha}$

$S(\alpha) = \frac{(u - v \sin \alpha) L}{v \cos \alpha} = \frac{(v - \sin \alpha) L}{\cos \alpha}$ ,  $v = u$

3) Найдём минимум  $S(\alpha)$ :  $S(\alpha) = S(\alpha)$  минимален при  $\cos \alpha = 0$  при  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  и  $\alpha \neq 0$



Но  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  не может быть, так как необходимо, чтобы турист перешел реку

Значит  $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}$  тогда  $S \rightarrow 0$

при  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ :  $v_u = 0$

Ответ: турист должен плыть против течения так, что  $v \geq 0$ , но  $v \neq 0$  и тогда  $S$  будет стремиться к нулю  $S = 1 \cdot v$

№1  
Дано Решение

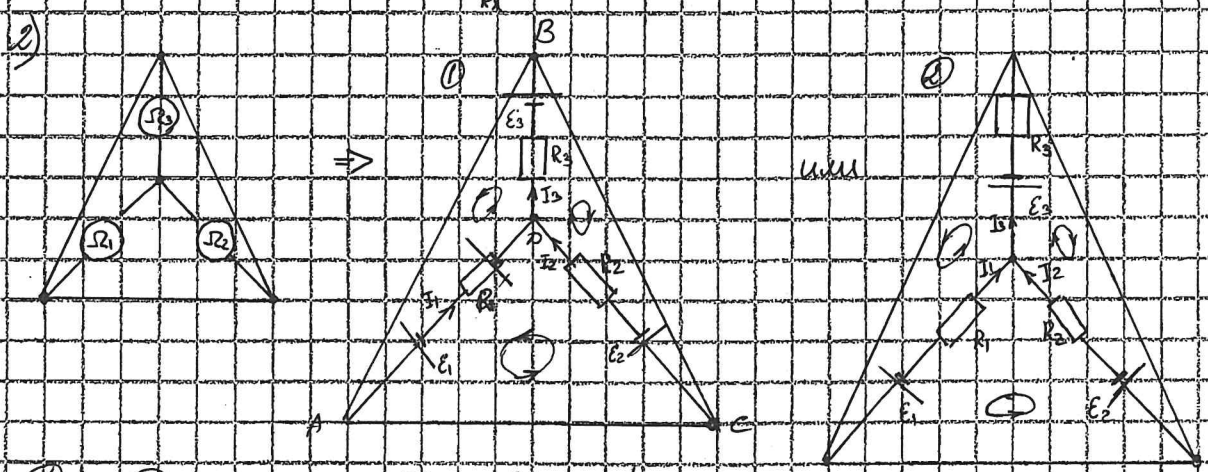
$R = 1 \text{ кОм}$   
 $R_2 = ?$

Омметр (мультиметр в режиме омметра) представляет собой датчик и номинальный резистор подключенный к цепи.



$$U_x = E - U_x$$

$$R_x = R_0$$



Для 2 цепи: по II правилу Кирхгофа:

контур ABD:  $I_1 R_1 + I_3 R_3 = E_3 - E_1 \Rightarrow I_3 R_3 = E_3 - E_1 - I_1 R_1$  ①

контур BDC:  $I_3 R_3 + I_2 R_2 = E_3 - E_2 \Rightarrow$  ②

контур ADC:  $-I_1 R_1 + I_2 R_2 = -E_2 + E_1 \Rightarrow I_2 R_2 = -E_2 + E_1 + I_1 R_1$  ③

Подставим ① и ③ в ②:  $E_3 - E_1 - I_1 R_1 + E_1 - E_2 + I_1 R_1 = E_3 - E_2$



$$0 \cdot I_1 R_1 = 0$$

$$\leftarrow I_1 = 0$$

$$\text{или}$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = R$$

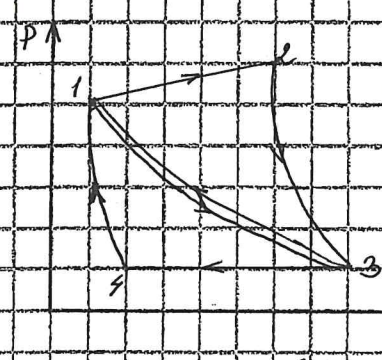
Ответ:  $1 \text{ кОм}$

№5

Дано

Решение

$\eta_1, \eta_2$   
 $\eta = ?$



1) КПД тепловой машины:

$$\eta = \frac{Q_H - Q_C}{Q_H} \cdot 100\%$$

2) Идеальный газ отдавал теплоту: 2-3, 1-3, 3-4  
(по графику P(V) вниз и влево)

Получал теплоту (по графику P(V) вверх и вправо): 1-2, 1-3, 1-4

Но по условию 2-3 и 4-1 - адиабатические  $\Rightarrow Q = 0, Q_{23} = 0, Q_{14} = 0$

Тогда  $\eta_1 = \frac{Q_{12} - Q_{31}}{Q_{12}}, \eta_2 = \frac{Q_{31} - Q_{34}}{Q_{31}}, \eta = \frac{Q_{12} - Q_{34}}{Q_{12}}$

$$\eta_1 = 1 - \frac{Q_{31}}{Q_{12}} \Rightarrow Q_{12} = \frac{Q_{31}}{1 - \eta_1} \quad (1)$$

$$\eta_2 = 1 - \frac{Q_{34}}{Q_{31}} \Rightarrow Q_{34} = Q_{31} (1 - \eta_2) \quad (2)$$

$\eta = 1 - \frac{Q_{34}}{Q_{12}}$  (3), подставим (1) и (2) в (3)

$$\eta = 1 - \frac{Q_{31} (1 - \eta_2)}{Q_{31} (1 - \eta_1)} = 1 - \frac{(1 - \eta_2)(1 - \eta_1)}{1 - \eta_1} = 1 - (1 - \eta_1 + \eta_2 + \eta_1 \eta_2) =$$

$= \eta_1 + \eta_2 - \eta_1 \eta_2$ , так как  $Q_{13} = Q_{31}$  (одна и та же линия на графике)

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1 \eta_2$$

Ответ  $\eta = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1 \eta_2$

100

## Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри

N4

Дано:

$$m = 25 \text{ кг}$$

$$D = 10 \text{ м}$$

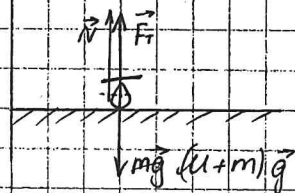
$$M = 75 \text{ кг}$$

$$a = 0,1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\mu = 29 \frac{\text{кг}}{\text{км}^3}$$

Решение

y ↑



$$\text{оу: } F_T = (M+m)g$$

$$F_T = 1000 \text{ (Н)}$$

Взлет:

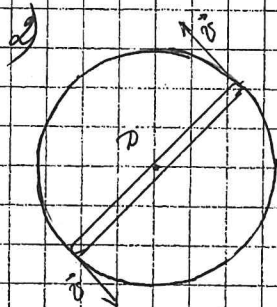
II закон Ньютона:

$$0 = (m+M)\vec{g} + \vec{F}_T + \vec{N}$$

$F_T$  - сила тяги

В момент отрыва от земли  $N = 0$ 

P-N-?



Кинетическая энергия вращающегося вилта:

$$E_k = m_0 \cdot \omega^2 R^2$$

$m_0$  - масса вилта

$$R = \frac{D}{2}$$

$$\text{Можно сдв: } N = \frac{F_T A_{FT}}{L}$$

Изменение импульса воздуха:  $F_T = 2m_0 v \frac{v}{L}$ ,  $m_0$  - масса воздуха

$$N = \frac{2m_0 v^2}{L^2} = \frac{2m_0 v^2}{L^2}$$

2) Ускоренный взлет: II закон Ньютона:  $(M+m)\vec{a} = \vec{F}_T + (M+m)\vec{g}$ 

$$\text{оу: } (M+m)a = F_T - (M+m)g \Rightarrow F_{\text{тяги}} = (M+m)(a+g)$$

$$F_T = (25+75)(0,1+10) = 1010 \text{ (Н)}$$

28