ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

07874

Шифр

мет	Математика										
нт	1										
	9										
лия	К	А	Р	Т	А	Ш	О	В			
	Н	И	К	И	Т	А					
тво	Д	Е	Н	И	С	О	В	И	Ч		
рождения	2	6		0	7		2	0	0	7	
	Число			Месяц			Год				
а	Россия										
н *(пр: Томская обл., инградская область)*	Кемеровская область										
ниципального образования *л, деревня, село, город)*	город										
енный пункт *(пр: Томск, ово, Псков)*	Новокузнецк										
е наименование овательного учреждения, ром Вы обучаетесь в е время	ГБНОУ „Лицей N84 им. В.А. Власова"										

асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ________

Шифр 07874

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
18		Емельянова	Ем

1	2	3	4	5	Σ
1	1	4	6	6	18

(2) $x_n = 1 + 2^n + 3^n + 4^n + 5^n$

Найти такую последовательность нельзя, т.к. $1^n = 1$ в любом случае. И 1 не делиться на 2025.

(3) $(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})^2 \le 3(a+b+c)$, $a, b, c \ge 0$

$a+b+c+2\sqrt{ab}+2\sqrt{bc}+2\sqrt{ac} \le 3a+3b+3c$

$-2a-2b-2c+2\sqrt{ab}+2\sqrt{ac}+2\sqrt{bc} \le 0$

$-2(a+b+c-\sqrt{ab}-\sqrt{ac}-\sqrt{bc}) \le 0 \;|:(-2)$

$a+b+c-\sqrt{ab}-\sqrt{ae}-\sqrt{be} \ge 0$

Т.к. $(\sqrt{a}-\sqrt{b}-\sqrt{c})^2 \ge 0 \Rightarrow$

$a+b+c-2\sqrt{ab}-2\sqrt{ac}-2\sqrt{bc} \ge 0$

$\Downarrow$

$a+b+c-\sqrt{ab}-\sqrt{ac}-\sqrt{bc} \ge a+b+c-2(\sqrt{ab}-\sqrt{ac}-\sqrt{bc}) \ge 0 \Rightarrow$

$a+b+c-\sqrt{ab}-\sqrt{ac}-\sqrt{bc} \ge 0$

■

(4) $x^2+p_1x+1=0$ $\qquad$ $x^2+p_2x+1=0$

$x_1x_2 = 1$ (по Th Виета) $\qquad$ $x_3x_4 = 1$ (по Th Виета)

$x_1+x_2 = -p_1$ $\qquad$ $x_3+x_4 = -p_2$

Т.к. $p_1^2 = (-p_1)^2$, $p_2^2 = (-p_2)^2 \Rightarrow$

$p_2^2 - p_1^2 = (x_3+x_4)^2 - (x_1+x_2)^2 = (x_3^2+2x_3x_4+x_4^2) -$

$-(x_1^2+2x_1x_2+x_2^2) = x_3^2 \cancel{+2} + x_4^2 - x_1^2 \cancel{-2} - x_2^2 = x_3^2 + x_4^2 -$

$- x_1^2 - x_2^2 \Rightarrow$

$(x_1-x_3)(x_2-x_3)(x_1+x_4)(x_2+x_4) = x_3^2+x_4^2-x_1^2-x_2^2$

$\cancel{1} + x_1x_4 + x_2x_4 + x_4^2 - x_1^2 - \cancel{x_1x_3} - \cancel{1} - x_1x_4 - x_2\cancel{x_3} -$

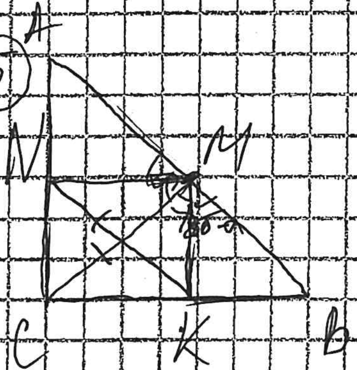
$-\cancel{1} - x_2^2 - x_2x_4 + x_3^2 + x_1\cancel{x_3} + x_2\cancel{x_3} + \cancel{1} = x_4^2 - x_1^2 - x_2^2 +$

$+ x_3^2$

$x_4^2 - x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 = x_4^2 - x_1^2 - x_2^2 + x_3^2$

■

5



Дано: △ABC — прямоугольный, MN, MK — биссектрисы, N ∈ AC, K ∈ CB, M ∈ AB, CM = MK

Доказать: M — середина AB

~~Решение~~

Доказательство.

Пусть ∠AMC = α, тогда ∠CMB = 180 − α (как смежный) ⇒

∠AMN = ∠NMC = $\frac{\alpha}{2}$ (т.к. MN — биссектриса ∠AMC)

∠CMK = ∠KMB = 90 − $\frac{\alpha}{2}$ (т.к. MK — биссектриса ∠CMB)

Рассмотрим △NMK

Место для скобы

Шифр 07874

$\angle NMK = \angle NMC + \angle CMK = \frac{\alpha}{2} + 90 - \frac{\alpha}{2} = 90°$.

$\angle 4$ Т.к. $N \in AC \Rightarrow A, N, C$ – лежат на одной прямой

Т.к. $K \in CB \Rightarrow K, C, B$ – лежат на одной прямой $\Rightarrow$

$\angle ACB = \angle NCK = 90°$

$\angle 1$ Рассмотрим четырёхугольник $NMCK$.

$\angle NCK = \angle NMK = 90° \Rightarrow$ ~~как~~

Т.к. $\angle NCK$ и $\angle NMK$ + накрест лежащие $\Rightarrow$

$CN \parallel MK$; $NM \parallel CK \Rightarrow$

Т.к. $CM = NK \Rightarrow$

$NMCK$ – квадрат. $\Rightarrow$

~~Рассмотрим ΔNAM.~~

$\angle CNM = 90°$

Рассмотрим ΔNAM

$\angle ANM = 90°$ (как смежный с $\angle CNM$) $\Rightarrow$

ΔNAM – прямоугольный $\Rightarrow$

$\angle NAM = 90 - \frac{\alpha}{2}$ $\angle NMA = 90 - \frac{\alpha}{2}$

Рассмотрим ΔKMB.

$\angle MKB = 90°$ (как смежный с $\angle MKC$) $\Rightarrow$

ΔKMB – прямоугольный $\Rightarrow$

$\angle KMB = 90 - \angle KMB = 90 - \frac{\alpha}{2} \Rightarrow$

~~Т.к. $\angle$~~ $\angle NAM = \angle KMB$

скобы

Шифр 7874

NM = MK (т.к. NMKC – квадрат) =>
$\triangle ANM = \triangle KMB$ (по катету и острому углу)
AM = MB (как соответственно равные эл-ты
~~равных~~ равных треугольников) =>
M – середина AB (т.к. AB = 2AM)

(1) $2y^2 - xy - x^2 + 2y + 7x - 84 = 0$

~~$2y^2 - xy - x^2 + 2y + 7x = 84$~~

$2y^2 - xy - x^2 + 2y + 7x = 84$

$4y^2 + 4xy + x^2 - 2x^2 - 5xy + 2y + 7x - 2y^2 = 84$

$(2y+x)^2 - 4x^2 - 8xy - 4y^2 + 2x^2 + 3xy + 2y^2 +$
$+ 2y + 7x = 0$

$(2y+x)^2 - (2x+2y)^2$