

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

019308

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	Математика																			
2.	Вариант	1																			
3.	Класс	8кл.																			
4.	Фамилия	К	А	Л	М	Ы	К	О	В												
	Имя	М	А	Т	В	Е	Й														
	Отчество	Д	М	И	Т	Р	И	Е	В	И	Ч										
5.	Дата рождения	2	6																		
		Число		Месяц		Год															
6.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Новосибирская область																			
7.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	Город																			
8.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Асино)	Карасук																			
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ Технический лицей №76 Карасукского района Новосибирской области																			

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Кам

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
20	18.03.20	Темрюкова А.Ю.	Мел

N1

$$(x - |x|)^2 + x + |x| = 2020$$

1) $\begin{cases} x \geq 0 \end{cases}$

$$(x - x)^2 + x + x = 2020$$

$$2x = 2020$$

$$x = 1010$$

7

2) $\begin{cases} x \leq 0 \end{cases}$

$$(x + x)^2 + x - x = 2020$$

$$4x^2 = 2020$$

$$x^2 = 505$$

$$\begin{cases} x = +\sqrt{505} \text{ АК} \\ x = -\sqrt{505} \text{ К} \\ x \leq 0 \end{cases}$$

Ответ: 1010; $-\sqrt{505}$

N2

$$x = 4q_1 + 3$$

$$x + 1 = 4q_1 + 4$$

$$x = 3q_2 + 2$$

$$4q_1 + 4 : 4 \Rightarrow x + 1 : 4$$

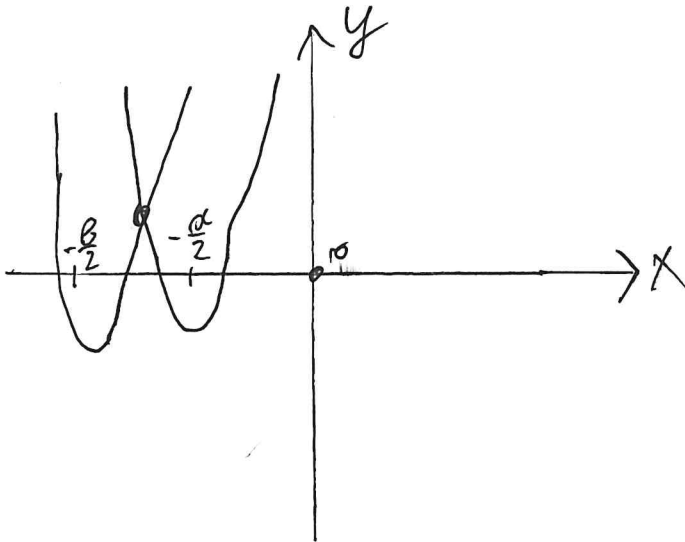
$$x + 1 = 3q_2 + 3$$

$$3q_2 + 3 : 3 \Rightarrow x + 1 : 3$$

~~$x : 3$
 $x : 4$
 $x : 3$
 $x : 4$~~

~~x - двузначное
 $x : 3$
 $x : 4$~~

~~$x \in \{12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96\}$~~



Они не будут иметь общий корень, т.к.
точка пересечения на системе координат
будет ~~ле~~ левее нуля (< 0), но по условию
точка должна быть > 0

⇓
Они не имеют
общ. корень.

y - двузначное }
 $y:3$
 $y:4$ } $y = \{12; 24; 36; 48; 60; 72; 84; 96\}$

Поскольку мы прибавляем единицу, то теперь чтобы найти все требуемые числа x , нужно воспользоваться формулой $y-1$.

Ответ: $x = 11; 23; 36; 47$

Также можно увидеть алгебраическую прогрессию, что каждое число увеличивается на 12 $3 \cdot 4 = +12$.

Ответ: $x = 11; 23; 35; 47; 59; 71; 83; 95$

N4

$$a^2 + c^2 \geq 2ac$$

$$a^2 + b^2 \geq 2ab$$

$$b^2 + c^2 \geq 2bc$$

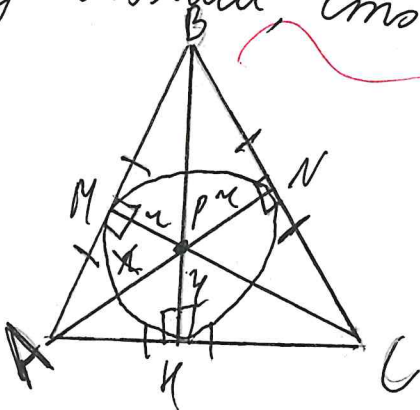
$$2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2ab + 2bc + 2ac$$

$$2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + bc + ac)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ac$$

N5

Предположим, что это равнобедренный $\triangle ABC$.



P - точка пересечения биссектрис и медиан

\Downarrow
 P - центр вписанной и описанной окружности

AN, BN, CM - бис.

~~MP, NP, NP~~ - радиусы впис. окр (r)

В $\triangle APN$ и $\triangle CPN$:

$$r^2 = AP^2 - a^2$$

$$r^2 = CP^2 - a^2$$

$$AP^2 - a^2 = CP^2 - a^2$$

$$AP^2 - CP^2 = 0$$

В $\triangle APM$ и $\triangle BPM$:

$$r^2 = AP^2 - a^2$$

$$r^2 = BP^2 - a^2$$

$$AP^2 - BP^2 = 0$$

В $\triangle BPN$ и $\triangle CPN$:

$$r^2 = BP^2 - a^2$$

$$r^2 = CP^2 - a^2$$

$$BP^2 - CP^2 = 0$$

В $\triangle AMC$ и $\triangle BMC$:

$$MC^2 = AC^2 - a^2$$

$$MC^2 = BC^2 - a^2$$

$$AC^2 - BC^2 = 0$$

В $\triangle ABN$ и $\triangle ANC$

$$AN^2 = AB^2 - a^2$$

$$AN^2 = AC^2 - a^2$$

$$AB^2 - AC^2 = 0$$

$$AP^2 - BP^2 = BP^2 - CP^2 = AP^2 - CP^2 = AC^2 - BC^2 = AB^2 - AC^2$$

$$AB^2 - AC^2 = AP^2 - PC^2$$

$$AB^2 + PC^2 = AP^2 + AC^2$$

$$BP^2 - CP^2 = AB^2 - AC^2$$

$$AB^2 + CP^2 = BP^2 + AC^2$$

$$AC^2 - BC^2 = AP^2 - CP^2$$

$$BC^2 + AP^2 = AC^2 + CP^2$$

$$\Downarrow$$

$$AB^2 + PC^2 = BC^2 + AP^2 = AC^2 + BP^2$$

N3

$$x_0^2 + bx_0 + c = x_0^2 + ax_0 + d$$

$$bx_0 + c = ax_0 + d$$

$$\Leftrightarrow d > c > b \Rightarrow a > 0$$

Пусть $x = 0$

$$bx_0 - ax_0 = d - c$$

$$x_0(b - a) = d - c$$

$$\left. \begin{array}{l} b - a > 0 \\ d - c > 0 \end{array} \right\} x_0 \geq 0$$

$$f(x) = x^2 + bx + c$$

x_0 - вершина

$$m = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2}$$

$$-\frac{b}{2} \leq \frac{a}{2} \quad -b \leq -a$$

$$\Downarrow$$

$$a < b$$

5