Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

03659

Шифр

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1
3.	Класс	10
4.	Фамилия	КАЛМЫКОВ
	Имя	МАТВЕЙ
	Отчество	ДМИТРИЕВИЧ
5.	Дата рождения	26 (Число) 07 (Месяц) 2006 (Год)
6.	Страна	РОССИЯ
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Новосибирская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	КАРАСУК
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	МБОУ ТЕХНИЧЕСКИЙ ЛИЦЕЙ №176

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ______

Шифр 03659

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
35		Емельянова	Ем

1	2	3	4	5	Σ
7	7	7	7	7	35

№2

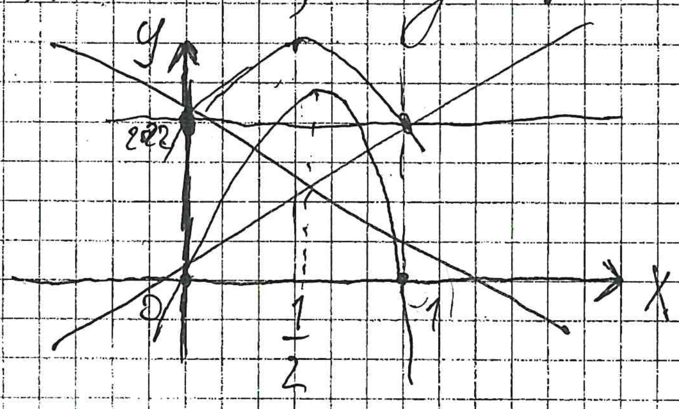
д $p(x) = (a+1)x^2 - (a+1)x + 2022$

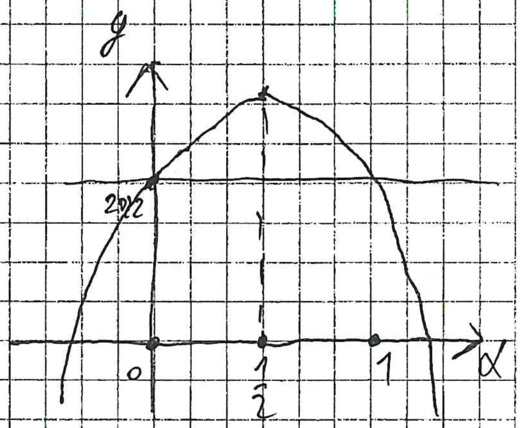
$p(0) = 2022$

$p(1) = 2022$

Рассмотрим 3 случая:

1). $a+1<0$, тогда:





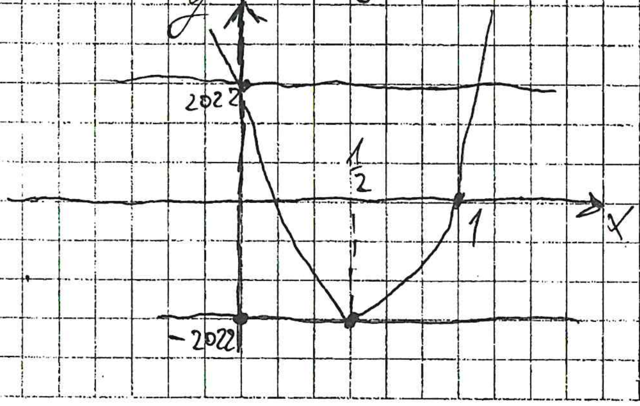
В этом случае $p(x) > 2022$, но по условию $-2022 \le p(x) \le 2022$

Значит такой вариант невозможен.

2). $a+1=0$

$a=-1$

3). $a+1>0$, тогда:



$p(\frac{1}{2}) = -2022 = (a+1)\cdot\frac{1}{4} - (a+1)\cdot\frac{1}{2} + 2022$

$-4044 = -\frac{1}{4}a - \frac{1}{4}$

$a = 16175$

Ответ: 16175

№1

$1! = 1$

$1! + 2! = 3$

$1! + 2! + 3! = 9$

$1! + 2! + 3! + 4! = 33$

$1! + 2! + 3! + 4! + 5! = 153$

Очевидно, что сумма факториалов, при $n \geq 4$, будет оканчиваться на 3. Также общеизвестным фактом является то, что нет точных квадратов, оканчивающихся на 2, 3 или 7. Отсюда следует, что n может быть только 1 или 3.

Ответ: 1, 3

№3

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{ab + bc + ac}{abc}$

$$\begin{cases} a^3 - 2022a + 1011 = 0 \\ b^3 - 2022b + 1011 = 0 \\ c^3 - 2022c + 1011 = 0 \end{cases}$$

Исходя из этого становится очевидно, что a, b и c являются корнями одного кубического уравнения ~~Тогда~~. Пусть x^3+kx^2+mx+n, где a, b, c - корни.

По т. Виета:

$x^3+kx^2+mx+n=(x-a)(x-b)(x-c)=x^3-x^2\cdot(a+b+c)+$
$+(ab+bc+ac)\cdot x-abc$

$x^3-2022x+1011=x^3-x^2(a+b+c)+x(ab+bc+ac)-abc$

$\Rightarrow \begin{cases} a+b+c=0 \\ ab+bc+ac=-2022 \\ abc=-1011 \end{cases}$

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{ab+bc+ac}{abc}=\frac{-2022}{-1011}=2$

Ответ: 2

№4

$(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)=(ax+bz)^2+(by+cx)^2+(cz-ay)^2$

$a^2x^2+a^2y^2+a^2z^2+b^2x^2+b^2y^2+b^2z^2+c^2x^2+c^2y^2+c^2z^2=a^2x^2$
$+2abxz+b^2z^2+b^2y^2+c^2x^2+2bcxy+c^2z^2+a^2y^2-2acyz$

$a^2z^2+b^2x^2+c^2y^2=2azbx+2bxcy-2cyaz$

Пусть $az=m$

$bx=n$

$cy=k$

Тогда:

Место для скобы

Шифр 03659

$m^2+n^2+k^2 \geq 2mn+2nk-2mk$

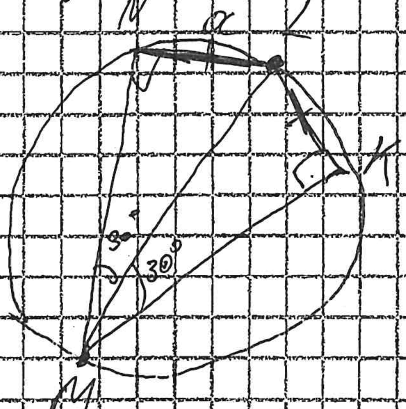
$m^2+n^2+k^2-2mn-2nk+2mk \geq 0$

$(n-k-m)^2 \geq 0$

$(bx-cy-az)^2 \geq 0$

ч. т. д.

№5



Дано:

$\angle NML = 30^\circ$

$S_{MNLK} = 25$

$MN + MK - ?$

Пусть ML - диаметр, тогда $\angle MNL = \angle MKL = 90^\circ$

$\triangle MNL = \triangle MKL$ (по гипотенузе и острому углу)

$S_{MNL} = S_{MKL} = \frac{S_{MNLK}}{2}$

Пусть $NL = a$, тогда $LK = a$

$\angle NML = 30^\circ \Rightarrow NL = \frac{1}{2} ML \Rightarrow ML = 2a$

По т. Пифагора в $\triangle MNL$:

$MN = a\sqrt{3}$

$S_{MNL} = \frac{25}{2} = \frac{1}{2} a \cdot \sqrt{3} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

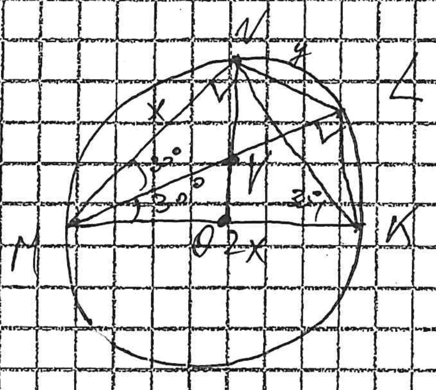
$a = \sqrt{\frac{25}{\sqrt{3}}} = \frac{5}{3}\sqrt[4]{3^3}$

скобы

Шифр 3659

$MN + MK = 2a\sqrt{3} = 2\cdot\frac{5}{3}\sqrt[4]{3^3}\cdot\sqrt{3} = 10\sqrt[4]{3}$

Ответ: $10\sqrt[4]{3}$



~~$\angle$~~

Пусть $NL = y$

$\angle K = z$

Теперь рассмотрим случай, когда сторона МК является диаметром, тогда $\angle MNK = \angle MLK = 90^\circ$.

Пусть $MN = x$

$\angle NKM = 30^\circ \Rightarrow MN = \frac{1}{2}MK \Rightarrow MK = 2x$

По т. Пифагора в $\triangle MNK$:

$NK = x\sqrt{3}$

В $\triangle MNL$ $tg 30^\circ = \frac{y}{x}$

В $\triangle MLN$ $tg 30^\circ = \frac{z}{2x}$

$\Downarrow$

$\angle K = z = 2y$

~~$\triangle MNL = \triangle MKL$~~

~~$\Downarrow$~~

~~$S_{\triangle MNK} = S_{\triangle MKL} = \frac{S_{MNKL}}{2} = \frac{25}{2}$~~

~~$S_{\triangle MNK} = \frac{25}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$~~

~~$a = \frac{5}{3}\sqrt[4]{3^3}$~~

~~$MN + MK = 2a\sqrt{3} = 10\sqrt[4]{3}$~~