

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА  
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»


019309

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ  
заключительного этапа

Шифр

|    |                                                                          |                                                                       |   |       |   |     |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|----|--------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|---|-------|---|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 1. | Предмет                                                                  | МАТЕМАТИКА                                                            |   |       |   |     |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2. | Вариант                                                                  | 1                                                                     |   |       |   |     |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3. | Класс                                                                    | 8                                                                     |   |       |   |     |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4. | Фамилия                                                                  | К                                                                     | А | Г     | А | Д   | Е | Й |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|    | Имя                                                                      | А                                                                     | Л | Е     | К | С   | А | Н | Д | Р | А |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|    | Отчество                                                                 | А                                                                     | Л | Е     | К | С   | А | Н | Д | Р | О | В | Н | А |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5. | Дата рождения                                                            | 2                                                                     | 8 |       |   | 1   | 1 |   |   | 2 | 0 | 0 | 5 |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|    |                                                                          | Число                                                                 |   | Месяц |   | Год |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 6. | Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)                                | Новосибирская область                                                 |   |       |   |     |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 7. | Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)           | ГОРОД                                                                 |   |       |   |     |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 8. | Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Асино)                            | КАРАСУК                                                               |   |       |   |     |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 9. | Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь | МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области |   |       |   |     |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Дано согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись 

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

| Общий балл | Дата     | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|------------|----------|--------------------|---------------------|
| 26         | 18.03.10 | Тюрякина И.Ю.      | ИЮ                  |

№1

$$(x-|x|)^2 + x + |x| = 2020$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ (x-x)^2 + x + x = 2020 \\ x^2 - 2x^2 + x^2 + x + x = 2020 \\ 2x = 2020 \\ x = 1010 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 0 \\ (x+x)^2 + x - x = 2020 \\ 2x^2 - 2x(-x) + x - x = 2020 \\ x = -\sqrt{505} \\ x = \sqrt{505}, x < 0 \\ x = -\sqrt{505} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1010 \\ x = -\sqrt{505} \end{cases}$$

7

Ответ:  $x_1 = -\sqrt{505}$   
 $x_2 = 1010$

№2

$$\begin{array}{r} xy \mid 4 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} xy \mid 3 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$a = 4q_1 + 3$$

$$a = 3q_2 + 2$$

добавить к обеим сторонам 1

$$\begin{aligned} a+1 &= 4q_1+4 && 4q_1+4 \text{ кратно } 4 \\ a+1 &= 3q_2+3 && 3q_2+3 \text{ кратно } 3 \end{aligned} \Rightarrow a : 4, 3$$

$$\begin{array}{r} 11 \mid 4 \\ \hline 8 \mid 2 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \mid 3 \\ \hline 9 \mid 3 \\ \hline 2 \end{array}$$

$(xy+12) : 4$  окт3  
 $(xy+12) : 3$  окт2  $\Rightarrow$  найдём следующие числа

- 11, 23, 35, 47, 59, 71, 83, 95

№4

$$a, b, c; a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$$

$$a^2 + b^2 \geq 2ab$$

$$b^2 + c^2 \geq -2bc$$

$$a^2 + c^2 \geq ca$$

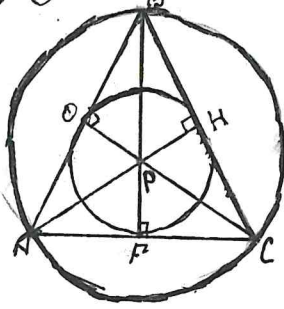
$$2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + bc + ca) \text{ - сократим на } 2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$$

Для любых чисел a, b, c выполняется равенство

ЧТД

№5



Пусть  $\triangle ABC$  - равнобедренный

Шифр

019309

Высоты  $CO, AM, BF$  - биссектрисы и медианы  
т.к.  $\triangle ABC$  - равнобедренный.

Следовательно  $AO = OB = BM = MC = CF = FA$

Точка пересечения  $P$

Возьмем  $AO = a$

$AB = 2a, BC = 2a, AC = 2a$

$\triangle OBP = \triangle HBP$  т.к.  $\angle BOP = \angle BHP = 90^\circ$

$OB = BM = a \Rightarrow \triangle OBP = \triangle BMP = \triangle CFP = \triangle AFP = \triangle APO$

$BP = CP = AP = b$

$PF = PM = PO$

Видим окружность с  $R = HP \Rightarrow$  т.  $P$  - центр окруж.

Опишем окр. вокруг  $\triangle ABC$  с  $R = AP = b \Rightarrow$  т.  $P$  - центр опис. окр.

Докажем условие

$$AB^2 + PC^2 = BC^2 + AP^2 = AC^2 + BP^2$$

$$a^2 + b^2 = a^2 + b^2 = a^2 + b^2$$

$$1 = 1 = 1$$

№ 3  $0 < a < b < c < d$

$$f(x) = x^2 + bx + c$$

$$g(x) = x^2 + ax + d$$

$$x_0^2 + bx_0 + c = x_0^2 + ax_0 + d$$

$$bx_0 - c = ax_0 + d$$

$$bx_0 - ax_0 = d - c$$

$$x_0(b - a) = d - c$$

$$\left. \begin{array}{l} b - a > 0 \\ d - c > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x_0 \geq 0$$

$$f(x) = x^2 + bx + c$$

$$x_m = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2b} = -\frac{1}{2}$$

$$g(x) = x^2 + ax + d$$

$$x_m = -\frac{a}{2a} = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{b}{2} = -\frac{a}{2}$$

$$-\frac{b}{2} = -\frac{a}{2}$$

$$-b = -a$$

Параболы не пересекаются, т.к. не выполняется условие  $x_0 \geq 0$

5