Место для скобы

03828

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1.
3.	Класс	10 Б
4.	Фамилия	КАДЫРОВА
	Имя	АСЕЛЬ
	Отчество	НУРГАЗЫЕВНА
5.	Дата рождения	Число: 03; Месяц: 02; Год: 2005
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Республика Тыва
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Кызыл
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	МАОУ „Лицей № 15" имени героя Советского Союза Н.Н. Макаренко

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ________

Шифр 03828

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
19б	3.04.22	Гендрина И.Ю.	[signature]

1	2	3	4	5
6	1	0	5	7

Задание 1.

$\underbrace{1!+2!+3!+\ldots+n!}_{=x^2} \rightarrow x \in Z$, $n! = 1\cdot 2\cdot 3 \cdot n$

6б

Решение: Рассмотрим эту цепочку до 6!

$1! = 1$ $2! = 2$ $3! = 6$ $4! = 24$ $5! = 120$ $6! = 720$

просуммируем: $1+2=3$ $3+6=9$ $9+24=33$ $33+120=153$

$153+720=873$

Заметим, что $5!=120$ и дальше (последующие факториалы) будут заканчиваться цифрой „0". А поскольку мы складываем факториалы, а сумма до $4! = 33$, которую сложим с $5!=120$, то после каждого последующего числа сумма всегда будет заканчиваться цифрой „3".

Не существует такого, после 5 (6, 7, 8, 9 ... n), которое в квадрате, заканчивающую на „3", давая $x \in Z$.

В основном лежат последние цифры (1, 4, 9, 6, 5, 0)

$(1^2=1;\ 2^2=4;\ 3^2=9;\ 4^2=16;\ 5^2=25,\ 6^2=36,\ 7^2=49,\ 8^2=64;\ 9^2=81)$

Поэтому $n \in [1, 5]$ и это число $3 \rightarrow n = 3$, т.к.

$1!+2!+3! = 9 = 3^2$, $x = 3 \in Z$.

Ответ: 3

и все значения указать

скобы

Шифр 03828

Задание 2.

$p(x) = (a+1)x^2 - (a+1)x + 2022$, $-2022 \le p(x) \le 2022$

$x \in [0;1]$

Найти: $a_{наиб}$ - ?

Решение:

$x=0 \to p(x) = 2022$ $x=1 \to a+1-a-1+2022 = 2022$

$x = 0,5 \to (a+1)\,0,25 - (a+1)\,0,5 + 2022 = 0,25a + 0,25 - 0,5a - 0,5 + 2022 =$

$= -0,25a - 0,25 + 2022 = -0,25a + 2021,75$

10

I. $p(x) \le 2022$

$p(x) = 2022$

$-0,25a + 2021,75 = 2022$

$-0,25a = 0,25$

$a = -1$

II. $-2022 \le p(x)$

$p(x) = -2022$

$-0,25a + 2021,75 = -2022$

$-0,25a = -4043,75$

$a = 1010,8375$

Ответ. $1010,8375$ - a наиб.

Задание 4

$(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2) - (ax+bz)^2 - (by+cx)^2 - (cz-ay)^2 \geq 0$

Решение:

$\underbrace{(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)}_{1} \geq \underbrace{(ax+bz)^2 + (by+cx)^2 + (cz-ay)^2}_{2}$

$a^2x^2 + a^2y^2 + a^2z^2 + b^2x^2 + by^2 + bz^2 + c^2x^2 + c^2y^2 + c^2z^2 \geq a^2x^2 + 2axbz + b^2z^2 +$

$+ b^2y^2 + 2bycx + c^2x^2 + cz^2 - 2czay + a^2y^2$

$\underbrace{a^2z^2 + b^2x^2 + c^2y^2 + 2a^2y^2 + 2b^2y^2 + 2c^2x^2 + 2c^2z^2}_{\geq 0} \geq \underbrace{2axbz - 2bycx + 2czay}_{< 0}$?

Следующая страница

скобы

Шифр 03828

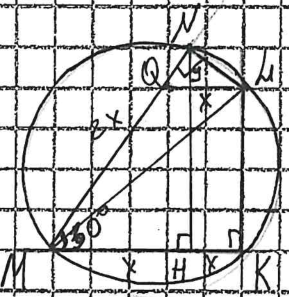
если $a, b, c, x, y, z = 0 \rightarrow Q = 0$

(1) $\geq$ (2) т.к (1) - положительное число
(2) - может быть и положительным и отрицательным, но даже если положительное, то все равно меньше (1).

ч.т.д.

Некорр. обосн. 5б

Задание 5



Дано: MNЛK - четырехугольник
$\angle ЛMN = 30$
MЛ - биссектрисса
$S_{MNЛK} = 25$
Найти $MN + MK$ - ?

7б

Решение: $\angle NMK = 60°$ т.к MЛ - биссектриса $\rightarrow \angle NMЛ = \angle ЛMK = 30°$

MЛ - биссектриса и диаметр окружности, т.к. окружность описана через вершину M и точка Л - напротив точки M и $\angle NMЛ = \angle ЛMK$

т.к. MЛ - диаметр $\rightarrow \angle MNЛ = \angle MKЛ = 90°$

Рассмотрим $\triangle MЛN = \triangle MKЛ$ (II признаку)
Имеем: $\angle ЛMK = \angle ЛMN = 30°$ (т.к. биссектриса)
MЛ - общая сторона
$\angle NЛM = \angle MЛK = 60°$ (т.к. прямоугольные $\rightarrow 90° - 30° = 60°$) $\rightarrow$

$\rightarrow MN = MK$

Рассмотрим $\triangle MNH$

Пусть $x = MH$ тогда $MN = 2x$, т.к. напротив $\angle 30°$. $\rightarrow$

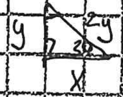
$\rightarrow MK = x$, т.к. $MN = MK$, $MK = MH + HK$.

Рассмотрим $\triangle QMЛ$

$\rightarrow x^2 = (2y)^2 - y^2 \rightarrow y = \sqrt{\frac{x^2}{3}} = \frac{x}{\sqrt{3}}$

$NH = \sqrt{4x^2 - x^2} = x\sqrt{3}$

$ЛK = NH - y = x\sqrt{3} - \frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{3x - x}{\sqrt{3}} = \frac{2x}{\sqrt{3}}$



$$S_{NHKH} = \frac{NH + HK}{2} \cdot x = \frac{x\sqrt{3} + \frac{2x}{\sqrt{3}}}{2} \cdot x = \frac{5x}{\sqrt{3}} \cdot \frac{x}{2} = \frac{5x^2}{2\sqrt{3}}$$

$$S_{MNH} = \frac{1}{2} \cdot NH \cdot x = \frac{1}{2} x\sqrt{3} \cdot x = \frac{x^2\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{общ\ MNHK} = \frac{5x^2}{2\sqrt{3}} + \frac{x^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3x^2 + 5x^2}{2\sqrt{3}} = \frac{4x^2}{\sqrt{3}}$$

$$S_{MNHK} = 25 \rightarrow \frac{4x^2}{\sqrt{3}} = 25 \rightarrow x^2 = \frac{25 \cdot \sqrt{3}}{4} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{5\sqrt{\sqrt{3}}}{2} \rightarrow MK = 2x = 5\sqrt{\sqrt{3}}$$

$$MK = NM = 2x$$

$$MK + NM = 2x + 2x = 4x = 10\sqrt{\sqrt{3}}$$

Ответ: $10\sqrt{\sqrt{3}}$.