Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

03369

Шифр

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	1
3.	Класс	11
4.	Фамилия	ИВАНОВА
	Имя	МИЛАНА
	Отчество	МАКСИМОВНА
5.	Дата рождения	Число: 23; Месяц: 03; Год: 2005
6.	Страна	Узбекистан
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Ташкент
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Ташкент
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	средняя школа №233

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ______

Шифр 03369

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
14	28.03	Коряжкина Е.Е.	[signature]

1	2	3	4	5	Σ
7	0	4	0	3	14

№ 1

Дано:

$S_n = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \ldots + \frac{n}{(n+1)!}$

$2022! \cdot (S_{2021} - 1) = ?$

Решение

От перемены мест слагаемых сумма не изменяется попробуем отнять единицу

$\frac{1}{2!} = \frac{1}{1\cdot 2} = \frac{1}{2}$, тогда $\frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2} - \frac{2}{2} = -\frac{1}{2}$, рассмотрим следующий член

$\cancel{\frac{2}{4}}$ $\frac{2}{3!} = \frac{2}{1\cdot 2\cdot 3} = \frac{2}{6}$, тогда $\frac{2}{6} - \frac{1}{2} = \frac{2}{6} - \frac{3}{6} = -\frac{1}{6}$,

рассмотрим следующий член

$\frac{3}{4!} = \frac{3}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} = \frac{3}{24}$, тогда $\frac{3}{24} - \frac{1}{6} = \frac{3}{24} - \frac{4}{24} = -\frac{1}{24}$

Видно закономерность при которой числитель остается 1, само число всегда отрицательно, а знаменатель $n!$, т.е $(S_n - 1)' = -\frac{1}{(n+1)!} = -\frac{1}{2022!}$, тогда

$2022!\,(S_{2021} - 1) =$

$= \frac{\cancel{2022!}}{1} \cdot \left(-\frac{1}{\cancel{2022!}}\right) = -1$

Ответ: $2022!\,(S_{2021} - 1) = -1$ +

№ ~~2~~ 3

Дано: ~~p(x)~~ $\left(1 - \frac{2}{p(1)}\right)\left(1 - \frac{2}{p(2)}\right)\left(1 - \frac{2}{p(3)}\right) \ldots \left(1 - \frac{2}{p(2021)}\right) = ?$

$p(x) = x^2 - 3x + 2$

Место для скобы

Шифр 03369

Рассмотрим функции

$p(1) = 1^2 + 3 \cdot 1 + 2 = 6$

$p(2) = 2^2 + 3 \cdot 2 + 2 = 12$

$p(3) = 3^2 + 3 \cdot 3 + 2 = 20$

$p(4) = 4^2 + 3 \cdot 4 + 2 = 30$

$p(5) = 5^2 + 3 \cdot 5 + 2 = 42$

$p(6) = 6^2 + 3 \cdot 6 + 2 = 56$

$p(7) = 7^2 + 3 \cdot 7 + 2 = 72$

$p(8) = 8^2 + 3 \cdot 8 + 2 = 90$

при $\left(1 - \frac{2}{p(1)}\right)$, и остальных членов, числа сокращаются, их числитель становится на 1 меньше знаменателя где каждый последующий сокращается и ни одно число не остается

в начале н-р

$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{14}{15} \cdot \frac{20}{21} \cdot \frac{27}{28} \cdot \frac{35}{36}$, лишь в начале осталось 3, но даже она после сокращается, после сокращения всех членов останется 1 Ответ: 1

№4.

Дано:

$a^3 - 2022a^2 + 1011 = 0$

$b^3 - 2022b^2 + 1011 = 0$

$c^3 - 2022c^2 + 1011 = 0$

Найти $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac}$

$\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac}$, можно представить как

$\frac{a+b+c}{abc}$

№5

Дано: SMNKL – прямоугольная пирамида

$MN = 5$

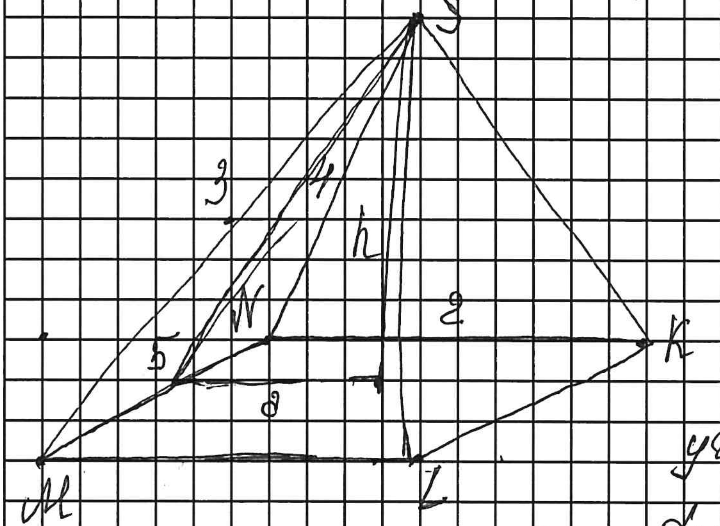
$NK = 2$

$SM = 3$

$SN = 4$

V пирамиды при макс высоте = ?

Высота будет максимальной, находясь ровно по середине от прямоугольника $S_{осн} = 5 \cdot 2 = 10$



$V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot h$

$h = \sqrt{l^2 - d^2}$

l = высотой в треугольнике SMN, его углы относятся как

$3X + 4X + 5X = 180^\circ$

$12X = 180$

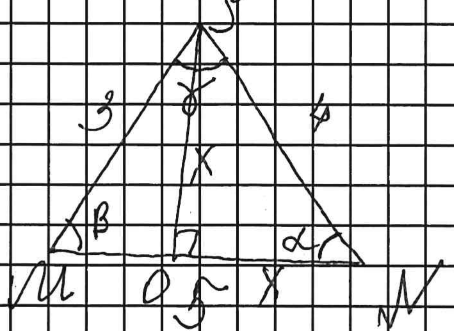
$X = 15$, тогда

$\alpha = 3 \cdot 15 = 45^\circ$

$\beta = 4 \cdot 15 = 60^\circ$

$\gamma = 5 \cdot 15 = 75^\circ$

$d = \frac{2}{1} = 1$



тогда т.к. $\alpha = 45^\circ$, т.е. $ON = OS$, тогда, по теореме Пифагора

$4^2 = X^2 + X^2$, т.е. $16 = X^2 + X^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow X = 2$, где

$X = l$.

$h = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$

$V = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot \sqrt{3} = \frac{10}{3}\sqrt{3}$

Ответ: $\frac{10}{3}\sqrt{3}$