07808

Шифр

ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

ет	МАТЕМАТИКА
нт	1
	11
лия	ИВАНЧЕНКО
	ГЕОРГИЙ
тво	НИКОЛАЕВИЧ
рождения	15 (Число) 03 (Месяц) 2005 (Год)
	РОССИЯ
(пр: Томская обл., нградская область)	КЕМЕРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ
иципального образования (, деревня, село, город)	ГОРОД
нный пункт (пр: Томск, ово, Псков)	ПРОКОПЬЕВСК
е наименование вательного учреждения, ром Вы обучаетесь в время	МБОУ „ЛИЦЕЙ №57"

сие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail ультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Ивен

скобы

16 баллов

Шифр 07808

1 2 3 4 5 Σ
4 3 2 7 – 16

№1

$2x^4+2x^2z^2+z^2+7y^2-42y+33=0$

$x^4+x^2+x^2z^2+x^2z^2+z^2+7y^2+33=42y$

$\frac{x^4+x^2(1+z^2)+z^2(x^2+1)+7y^2+33}{42}=y$

$\frac{x^2(2+z^2)+z^2(x^2+1)}{42}+\frac{7y^2+33}{42}=y,\ y\geq 0$

Пусть $y=1$, тогда $\frac{7y^2+33}{42}=\frac{40}{42}$ => для того, чтобы уравнение было верным, нужно чтобы $x^2(2+z^2)+z^2(x^2+1)=2$, тогда

$z\leq\sqrt{2}$ при $z=1$ $x\notin Z$

$x^2=\frac{2-z^2}{2+2z^2}$ при $z=0$ $x^2=1$ => $x_1=1$; $x_2=-1$ => решение

~~при $z=\pm\sqrt{2}$, $x=0$~~

уравнения: $x_1=1$; $x_2=-1$; $y=1$; $z=0$

Ответ: $x_1=1$; $x_2=-1$; $y=1$; $z=0$

№4

ax^3+ax^2+bx+b

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=\frac{-a}{a}=-1 \\ x_1\cdot x_2+x_1\cdot x_3+x_2\cdot x_3=\frac{b}{a} \\ x_1\cdot x_2\cdot x_3=\frac{-b}{a} \\ a\neq 0 \\ b\neq 0 \end{cases}$$

$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=\frac{x_2x_3+x_1x_3+x_1x_2}{x_1x_2x_3}=\frac{b}{a}\cdot\left(-\frac{a}{b}\right)=$

$=-1$ => $(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=$

$=-1\cdot(-1)=-1$

ч.т.д.

№3

~~$\frac{2a}{3(b+c)}+\frac{2b}{3(a+c)}+\frac{2c}{3(a+b)}\geq 1$ $2ac$~~

страница

Шифр 07808

№2

~~пусть~~ $2^{\ln(x^2-2023)} - \ln 2^{x^2-2022} = 0$ $2^{\ln(x^2-2023)} = \ln 2^{x^2-2022}$

пусть $f(x) = 2^{\ln(x^2-2023)}$, а $g(x) = \ln 2^{x^2-2022}$, тогда

$f'(x) = \ln(x^2-2023) \cdot 2^{\ln(x^2-2023)-1}$

$g'(x) = +0,5x^2 + 1011 - 2x\ln 2$ $\Leftrightarrow x \in (-\infty; -\sqrt{2023}) \cup (\sqrt{2023}; +\infty)$. $f(45) < g(45)$ и $f'(45) < g'(45)$,

однако $f'(100) > g'(100) \Rightarrow$ со временем произойдет одно пересечение, а так как обе функции чётные, то корней всего 2

Ответ: 2 корня

№3

$\frac{2a}{3(b+c)} + \frac{2b}{3(a+c)} + \frac{2c}{3(a+b)} \geq 1$ пусть $a=1, b=2, c=3$, тогда

$\frac{2}{15} + \frac{4}{12} + \frac{6}{9} = \frac{2+5+10}{15} \geq 1 \Rightarrow$ это верно при

$a=1, b=2, c=3$ пусть $a=3, b=2, c=1$ $\frac{6}{9} + \frac{4}{12} + \frac{2}{15} = \frac{17}{15} \Rightarrow$ перестановка значений не влияет. пусть $a=10, b=25, c=35$

тогда $\frac{20}{180} + \frac{50}{150} + \frac{70}{210} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2+4+12}{12} = \frac{23}{12} \geq 1$

Я считаю из предыдущих значений, что верно и при других комбинациях значений: 15, 25, 35. И более того, тогда однимм вывод из основ теоремы, подставим ~~одно~~ разумные ~~...~~ начальные значения

$a=0,5$ $b=1,5$ $c=2,5$ $\frac{1}{12} + \frac{3}{9} + \frac{5}{6} = \frac{1+4+10}{12} \geq 1$

В итоге мы считаем, неравенство следует, можно сделать вывод, что при любых значениях a, b и c неравенство выполняется.

страница