Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

ОРМО11-23-М-672

Шифр

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	1
3.	Класс	2 курс лицей
4.	Фамилия	Исматов
	Имя	Самандар
	Отчество	Абдамович
5.	Дата рождения	26 (Число) 06 (Месяц) 2005 (Год)
6.	Страна	Узбекистан
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Ташкент
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	Академический лицей ТГТУ

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись

Место для скобы

Шифр ООМО11-23-М-672

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
19	31.03	Корякова Е.Е.	

пояснения -

6.

$$\frac{MF}{\sin(60+\alpha)} = 2R \Rightarrow MF = 2R\sin(60+\alpha) = 2R\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)$$

$$\frac{NF}{\sin\alpha} = 2R \Rightarrow NF = 2R\sin\alpha$$

1	2	3	4	5	Σ
2	9 2	4	7	4	19

$$\frac{FK}{\sin(60-\alpha)} = 2R \Rightarrow FK = 2R\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)$$

$FM \Rightarrow a$

$NF \Rightarrow b$

$FK \Rightarrow c$

$$a^4+b^4+c^2 = 16R^4\left(\sin^4\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)+\sin^4\alpha+\sin^4\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)\right)$$

$$a^4+b^4+c^2 = 16R^4\left(\frac{1-\cos(120+2\alpha)}{2}\right)^2+\left(\frac{1-\cos(120-2\alpha)}{2}\right)^2+\left(\frac{1-\cos2\alpha}{2}\right)^2 =$$

$$= \frac{1-2\cos(120+2\alpha)+\cos^2(120+2\alpha)}{4} + \frac{1-2\cos(120-2\alpha)+\cos^2(120-2\alpha)}{4} +$$

$$+\frac{1-2\cos2\alpha+\cos^2 2\alpha}{4} = \frac{1-\cos(120+2\alpha)+\frac{1+\cos(240+4\alpha)}{2}}{4} + \frac{1-2\cos(120-2\alpha)+\frac{1+\cos(240-4\alpha)}{2}}{4} +$$

$$+\frac{1-2\cos2\alpha+\frac{1+\cos4\alpha}{2}}{4} = \frac{3-4\cos(120+2\alpha)+\cos(240+4\alpha)+3-4\cos(120-2\alpha)+\cos(240-4\alpha)}{8} +$$

пояснения? sin когда делась?

$$+\frac{3-4\cos2\alpha+\cos4\alpha}{8} = \frac{9-4(\cos(120+2\alpha)+\cos(120-2\alpha)+\cos2\alpha}{8} + \frac{\cos(240+4\alpha)+\cos(240-4\alpha)+\cos4\alpha}{8} =$$

$$= \frac{9-4(2\cos120\cdot\cos2\alpha+\cos2\alpha)}{8} + \frac{2\cos240\cdot\cos4\alpha+\cos4\alpha}{8} = \cancel{9-4(\cos2\alpha+\cos2\alpha)+\cos4\alpha}+$$

пояснения -

$$= \frac{9-4(-\cos2\alpha+\cos2\alpha)-\cos4\alpha+\cos4\alpha}{8} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$$

Почему?

Место для скобы

Шифр ОРМО 11-23-М-672

1. $2x^2+2x^2\cdot z^2+z^2+7y^2-42y+33=0$ $\quad x,y,z\in Z$

$2x^2(1+z^2)+z^2+1+7(y^2-6y+9)-31=0$

$(1+z^2)(2x^2+1)+7(y-3)^2=31$

$y\in Z \Rightarrow 7(y-3)^2=\begin{cases}7\cdot 0=0\\ 7\cdot 1=7\\ 7\cdot 2^2=28\\ 7\cdot 3^2=63 \;\varnothing\end{cases}$

пояснение.

$y=3$ $\quad (1+z^2)(2x^2+1)=31$

$\begin{cases}z^2+1=1\\ 2x^2+1=31\end{cases} \Rightarrow \varnothing$

$\begin{cases}y=4\\ y=2\end{cases} \Rightarrow$ $(1+z^2)(2x^2+1)=24 \Rightarrow \varnothing$

не все

$\begin{cases}y=5\\ y=1\end{cases} \Rightarrow$ $(1+z^2)(2x^2+1)=3$

$z^2+1=1$, $2x^2+1=3$, $z=0$ $\quad x=1$

$1+z^2=3$, $2x^2+1=0$ $\quad \varnothing$

Ответы $(1;5;0)$ и $(1;1;0)$

$\mp$

4.

$ax^3-ax^2+bx+b=0$

$\begin{cases}x_1\cdot x_2\cdot x_3=-\frac{b}{a}\\ x_1+x_2+x_3=1\\ x_1\cdot x_2+x_1\cdot x_3+x_2\cdot x_3=\frac{b}{a}\end{cases}$

$(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=1\left(\frac{x_2\cdot x_3+x_1\cdot x_3+x_2\cdot x_3}{x_1\cdot x_3\cdot x_3}\right)=\frac{\frac{b}{a}}{-\frac{b}{a}}=-1$

ответ: -1

$+$

2. $2^{\ln(x^2-2023)}-\ln 2^{x^2-2022}=0$

$\ln(x^2-2023)=a \Rightarrow 2^a=\ln 2^{e^a+1} \Rightarrow 2^a=(e^a+1)\ln 2 \Rightarrow \frac{2^a}{e^a+1}=\ln 2$

??

$f(a)=\frac{2^a}{e^a+1}$ на функцию посмотрим

е в какой степ.

?

даже

$f'(a)=\frac{2^a\ln 2\cdot(e^a+1)-(2e)^a}{(e^a+1)^2}=\frac{2^a}{(e^a+1)^2}((e^a+1)\ln 2-e^a)=0$ $\quad \frac{e^a}{e^a+1}=\ln 2$

пояснение

$1-\frac{1}{e^a+1}=\ln 2 \Leftrightarrow \frac{1}{e^a+1}=1-\ln 2 \Rightarrow e^a+1=\frac{1}{\ln\frac{e}{2}}$? произ-я но

$e^a=\log_{\frac{e}{2}}e-1=\log_{\frac{e}{2}}2>0$ $\quad f'(a)\neq 0$!

Место для скобы

Шифр DPMO11-23-M-672

3. $$\frac{2a}{3(b+c)}+\frac{2b}{3(a+c)}+\frac{2c}{3(a+b)}\geq 1$$

$$\begin{cases} a+b=x \\ b+c=y \\ a+c=z \end{cases} \Rightarrow a+b+c=\frac{x+y+z}{2}$$

$$a=\frac{x+z-y}{2}$$
$$b=\frac{x+y-z}{2}$$
$$c=\frac{y+z-x}{2}$$

$$\frac{2}{3}\left(\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}\right)=\frac{2}{3}\left(\frac{x+z-y}{y\cdot 2}+\frac{x+y-z}{2z}+\frac{y+z-x}{2x}\right)=$$

$$=\frac{1}{3}\left(\frac{x}{y}+\frac{z}{y}-1+\frac{x}{z}+\frac{y}{z}-1+\frac{y}{x}+\frac{z}{x}-1\right)=\frac{1}{3}\left(\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)+\left(\frac{z}{y}+\frac{y}{z}\right)+\left(\frac{x}{z}+\frac{z}{x}\right)-3\right)\geq$$

$$\geq \frac{1}{3}\left(2\sqrt{\frac{xy}{xy}}+2\sqrt{\frac{zy}{zy}}+2\sqrt{\frac{xz}{zx}}-3\right)=\frac{1}{3}(2\cdot1+2\cdot1+2\cdot1-3)=\frac{1}{3}(6-3)=1$$

пояснение

$$\Rightarrow \frac{2a}{3(b+c)}+\frac{2b}{3(a+c)}+\frac{2c}{3(a+b)}\geq 1$$

±