ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

04525

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

1.	Предмет	Орг. документы	
2.	Вариант	Математика 10 класс Вариант 3 закл	
3.	Класс	10	
4.	Фамилия	И Г О Л Ь Н И К О В	
	Имя	Е Г О Р	
	Отчество	И Г О Р Е В И Ч	
5.	Дата рождения	1 0 (число) 0 3 (месяц) 2 0 0 4 (год)	
6.	Страна	Россия	
7.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Томская обл	
8.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	Город	
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	Томск	
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ лицей при ТПУ	

1	2	3	4	5	Σ
7	7	7	7	7	35

Место для скобы

Шифр 004525

1. $\sqrt{x^2+2020}-x$

$\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+2020}$

$2x-\sqrt{x^2+2020}$

Если такое число x существует, что все три числа целые, то сумма любых двух из этих целых чисел тоже будет целым числом.

Сложим первое и третье числа. $\sqrt{x^2+2020}-x+2x-\sqrt{x^2+2020}=x$ - целое.

$\Rightarrow$ x - целое число. Чтобы данные три числа были целыми, необходимо, чтобы числа $\sqrt{x^2+2020}$ и $\sqrt{x^2+2}$ - были целыми числами. $\Rightarrow$ $x^2+2020=a^2$, $x^2+2=b^2$, где a, b - целые числа. $\begin{cases} x^2+2020=a^2 \\ x^2+2=b^2 \end{cases}$ $x^2+2020-x^2-2=a^2-b^2$

$2018=(a+b)(a-b)$

$2018=2\cdot 1009$. 1009 - простое число. $\Rightarrow$ $\begin{cases} a+b=2 \\ a-b=1009 \end{cases}$ или $\begin{cases} a+b=1009 \\ a-b=2 \end{cases}$

В обоих случаях получаем $a=\frac{1009+2}{2}=\frac{1011}{2}$ - не целое число.

$\Rightarrow$ Такого числа x не существует. Ответ: нет.

Место для скобы

Шифр 004525

2. $\begin{cases} 3xy-5yz-xz=3y \\ -5xy+4yz+xz=-4y \\ xy+yz=-y \end{cases}$

$-xy-yz=y$

$(3xy-5yz-xz)+(-xy-yz)+(-5xy+4yz+xz)=3y+y-4y=0$

$-3xy-2yz=0$

$y(3x+2z)=0$

$xy+yz+y=0$

$y(x+z+1)=0$

$(3xy-5yz-xz)+(-5xy+4yz+xz)=3y-4y=-y$

$-2xy-yz=-y$

$y(-2x-z+1)=0$

Получаем:

$\begin{cases} y(3x+2z)=0 \\ y(x+z+1)=0 \\ y(-2x-z+1)=0 \end{cases}$

Если $y=0$, то

$0-0-xz=0$
$0+0+xz=0$ $\Rightarrow$ $xz=0$ $\Rightarrow$ $x=0$ или $z=0$
$0+0=0$

Если $x=y=0$, то

$0-0-0=0$
$0+0+0=0$
$0+0=0$ $\Rightarrow$ z - любое число.

Если $y=z=0$, то

$0-0-0=0$
$0+0+0=0$
$0+0=0$ $\Rightarrow$ x - любое число.

Если $y\neq0$, то

$\begin{cases} 3x+2z=0 \\ x+z+1=0 \\ 2x+z=1 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $x+z+2x+z=3x+2z=0$

$\cancel{\begin{cases} 3x+2z=0 \\ 3x+2y=0 \end{cases}}$ $\Rightarrow$ ~~$z=y$~~.

$\Downarrow$

$\cancel{\begin{cases} 3x+2y=0 \\ x+y+1=0 \\ 2x+y=1 \end{cases}}$ $x+y+2x+y=0$

$\cancel{x=-y-1}$

$-2y-2+y=1$

$-y=3$ $\Rightarrow$ $y=\cancel{z}=-3$

Место для скобы

Шифр 004525

2. Если $y=0$, то $x=0$, z — любое число
или $z=0$, x - любое число.

Если $y\neq 0$, то

$\cancel{y=z=-3}$

$\cancel{x=-y-1=3-1=2}$

$x=-z-1$

$2x=-2z-2$

$-2z-2+z=1$

$-z=3$

$\Rightarrow \underline{z=-3}$

$x=-z-1=3-1=2$

Подставим $x=2$, $z=-3$ в исходную систему.

$6y+15y+6=3y$

$18y=-6$

$y=\frac{-6}{18}=\frac{-1}{3}$

Проверим:

$-5(2)(-\frac{1}{3})+4(-3)(-\frac{1}{3})+(2)(-3)=\frac{10}{3}+4-6=\frac{10}{3}-\frac{6}{3}=\frac{4}{3}=-4(-\frac{1}{3})=\frac{4}{3}$ - верно.

$2(-\frac{1}{3})+(-\frac{1}{3})(-3)=-\frac{2}{3}+1=\frac{1}{3}=-(-\frac{1}{3})=\frac{1}{3}$ - верно. $\Rightarrow$ $x=2$; $y=-\frac{1}{3}$; $z=-3$ - решение.

Ответ: $x=0$; $y=0$; z - любое число.
$y=0$; $z=0$; x - любое число.
$x=2$; $y=-\frac{1}{3}$; $z=-3$.

Место для скобы

Шифр

3. $f(x)=ax^2+bx+c$

$f(0)+f(1)=0$

$f(2)+f(3)=0$

$$\begin{cases} c+a+b+c=0 \\ 4a+9a+2b+3b+c+c=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b+2c=0 \\ 13a+5b+2c=0 \end{cases}$$

$13a-a+5b-b+2c-2c=12a+4b=0$

$3a+b=0$

$b=-3a$

$2c+a-3a=2c-2a=0$

$\Rightarrow c=a.$

$\Rightarrow f(x)=ax^2-3ax+a.$

~~$f(x_{1,2})=ax^2-3ax+a-2022=0$~~

$ax^2-3ax+a-2022=0.$

По теореме Виета $x_1+x_2=\frac{-(-3a)}{a}=\frac{3a}{a}=3.$

Ответ: 3.

Место для скобы

Шифр

4.

$$\sqrt[2020]{2019\cdot 2020^{-1}}+\sqrt[2020]{2020\cdot 2017^{-1}}>2$$

По неравенству между средним арифметическим и геометрическим, так как $\sqrt[2020]{2019\cdot 2020^{-1}}>0$, $\sqrt[2020]{2020\cdot 2017^{-1}}>0$, то

$$\sqrt[2020]{2019\cdot 2020^{-1}}+\sqrt[2020]{2020\cdot 2017^{-1}}\geq 2\sqrt{\sqrt[2020]{2019\cdot 2020^{-1}\cdot 2020\cdot 2017^{-1}}}=2\sqrt[4040]{\frac{2019}{2017}}$$

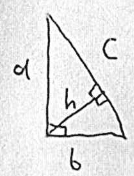
т.к. $\frac{2019}{2017}>1$, то $\sqrt[4040]{\frac{2019}{2017}}>1$

$\Rightarrow$

$$\sqrt[2020]{2019\cdot 2020^{-1}}+\sqrt[2020]{2020\cdot 2017^{-1}}\geqslant 2\sqrt[4040]{\frac{2019}{2017}}>2$$

ч.т.д.

5.



$c+h < a+b$

т.к. $c+h>0$, $a+b>0$, то можно возвести части неравенства в квадрат.

$(c+h)^2 < (a+b)^2$

$c^2+2ch+h^2 < a^2+2ab+b^2$

По теореме Пифагора $a^2+b^2=c^2$

$2ch+h^2 < 2ab$.

$S_\Delta = \frac{ab}{2} = \frac{ch}{2} \Rightarrow 2ch = 2ab$

$h^2 < 0$ – что невозможно.

$\Rightarrow$ Ответ: невозможно.