

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
28		Емельянов	Ему

1 2 3 4 5 Σ
7 - 7 7 7 28

N1

$$S_n = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \dots + \frac{n}{(n+1)!}$$

Заметим, что $\frac{1}{2!} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2!}$, $\frac{2}{3!} = \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!}$, ...

$$2022! \cdot (S_{2022} - 1) = 2022! \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} + \dots + \frac{1}{2022!} - \frac{1}{2022!} \right) = 2022! \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2022!} - 1 \right) = 2022! \cdot \left(-\frac{1}{2022!} \right) = -1$$

Ответ: -1

N4

$$\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} = \frac{a+b+c}{abc}$$

$$a^3 - 2022a^2 + 1011 = 0 \quad b^3 - 2022b^2 + 1011 = 0 \quad c^3 - 2022c^2 + 1011 = 0$$

$$\Rightarrow x^3 - 2022x^2 + 1011 = 0 \quad \underline{x = a = b = c}$$

a, b, c - корни уравнения.

$$x^3 - 2022x^2 + 1011 = (x-a)(x-b)(x-c)$$

$$x^3 - 2022x^2 + 1011 = x^3 - ax^2 - bx^2 - cx^2 + bcx + cx + bax - abc$$

$$x^3 - 2022x^2 + 1011 = x^3 - x^2(a+b+c) + x(bc+cx+ba) - abc$$

Из уравнения следует, что

$$a+b+c = 2022$$

$$abc = -1011$$

$$\frac{2022}{-1011} = -2$$

Ответ: -2

N3

$$1 - \frac{2}{p(x)} = \frac{p(x) - 2}{p(x)} = \frac{x^2 + 3x + 2 - 2}{x^2 + 3x + 2} = \frac{x^2 + 3x}{x^2 + 3x + 2} = \frac{x(x+3)}{(x+2)(x+1)}$$

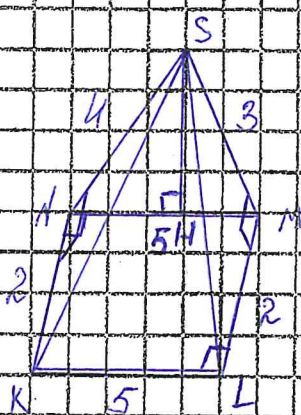
$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{1 \cdot 6}{3 \cdot 4}$$

Положим обозначим остаток числа $\frac{1}{3}$ в $\frac{n+8}{n+1}$

$$\left(1 - \frac{2}{p(1)}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{p(2)}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{2}{p(2021)}\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2024}{2022} = \frac{1012}{3033}$$

Ответ: $\frac{1012}{3033}$

№5



Доказано

SMNKL - пирамида MNKL - прямоугольник

$MN = 5$ $NK = 2$ $SM = 3$ $SN = 4$

Определим SK, SL и V пирамиды

Решение

1. $V = \frac{1}{3} \cdot S_{MNKL} \cdot h$. Высота? Берем свое начало из вершины и в плоскости MNKL. Положим обозначим h - это высота линии в плоскости NSM. $(NSM) \perp (MNKL)$

2.) $SH \perp MN$ - высота ΔNSM , $NH \perp NK$ NH - проекция NS. Полюсная $NS \perp NK$. Взаимно перпендикулярно SM , $SM \perp ML$

3.) Рассмотрим ΔSNK $\angle N = 90^\circ$ $SK = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$

Рассмотрим ΔSML $\angle M = 90^\circ$ $SL = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$

4.) Рассмотрим ΔNSM $S_{NSM} = 4 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 6 = MN \cdot SH \cdot \frac{1}{2}$ $SH = \frac{12}{5}$

5.) $V = SH \cdot S_{MNKL} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{12}{5} \cdot 10 = 8$ Ответ: $V = 8$ $SL = \sqrt{13}$

$SK = \sqrt{20}$