Место для скобы

03663

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1
3.	Класс	10 „И"
4.	Фамилия	ХОРЕВ
	Имя	ПАВЕЛ
	Отчество	АЛЕКСАНДРОВИЧ
5.	Дата рождения	Число: 16; Месяц: 06; Год: 2005
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Новосибирская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Карасук
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	МБОУ технический лицей №176

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ________

Шифр 03663

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
26		Емельянова	Ем

1	2	3	4	5	Σ
5	2	7	7	5	26

№1

Рассмотрим первые 5 членов суммы

$1! = 1$

$1!+2! = 1+1\cdot2 = 3$

$1!+2!+3! = 1+1\cdot2+1\cdot2\cdot3 = 9$

$1!+2!+3!+4! = 1+1\cdot2+1\cdot2\cdot3+1\cdot2\cdot3\cdot4 = 33$

$1!+2!+3!+4!+5! = 1+1\cdot2+1\cdot2\cdot3+1\cdot2\cdot3\cdot4+1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5 = 133$

почему? нет обоснования

Факториалы суммы чисел оканчиваются на 3, а таких квадратов быть не может, ~~это~~ значит наша n может быть либо 1 либо 3

$n = 1; 3$

Ответ 1; 3

№3

$x^3 - 2022x + 1011 = 0$

$x^3 - 2022x + 1011 = (x-a)(x-b)(x-c)$

$x^3 + mx^2 + nx + f = (x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) = x^3 - x_2x^2 - x_1x^2 + x_1x_2x -$

$- x_3x^2 + x_2x_3x + x_1x_3x - x_1x_2x_3 =$

$= x^3 - (x_1+x_2+x_3)x^2 + (x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3)x - (x_1x_2x_3)$

$(x_1+x_2+x_3) = -m$

$(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3) = n$

скобы

Шифр 03663

$(x_1 x_2 x_3) = -f$

Так как все 3 уравнения $a^3 - 2022a + 1011 = 0$; $b^3 - 2022b + 1011 = 0$; $c^3 - 2022c + 1011 = 0$ одинаковы, то можно рассмотреть решение на одном из них

$a^3 - 2022a + 1011 = 0$

$-m = 0$

~~n = 2022~~ $n = -2022$

$-f = 1011$

$m = 0$

$n = -2022$

$f = 1011$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{bc + ac + ab}{abc} = \frac{n}{f} = \frac{-2022}{-1011} = 2$$

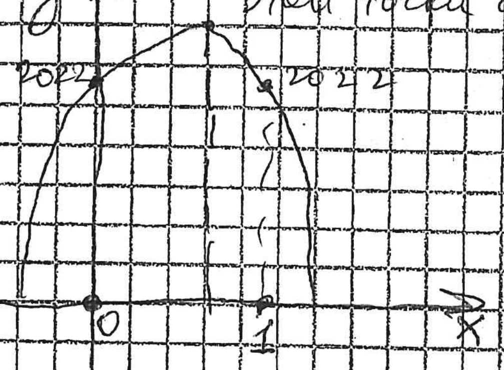
Ответ 2

№2

$p(x) = (a+1)x^2 - (a+1)x + 2022$

$p(0) = a + 1 - a - 1 + 2022 = 2022$

$p(1) = a + 1 - a - 1 + 2022 = 2022$



Этой точки быть не может

$2022 \leq p(x) \leq 2022 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Такого быть не может $\Rightarrow$

$\Rightarrow a + 1 = 0$

$a = -1$ Ответ -1?

скобы

Шифр 03663

№4

$(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)-(ax+bz)^2-(by+cx)^2-(cz-ay)^2\geq 0$

$(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)\geq(ax+bz)^2+(by+cx)^2+(cz-ay)^2$

$(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)\geq a^2x^2+2axbz+b^2z^2+b^2y^2+2bycx+c^2x^2+$

$+c^2z^2-2czay+a^2y^2$

$\cancel{a^2x^2}+\cancel{a^2y^2}+a^2z^2+b^2x^2+\cancel{b^2y^2}+\cancel{b^2z^2}+\cancel{c^2x^2}+c^2y^2+\cancel{c^2z^2}\geq\cancel{a^2x^2}+$

$+2axbz+\cancel{b^2z^2}+\cancel{b^2y^2}+2bycx+\cancel{c^2x^2}+c^2z^2-2czay+\cancel{a^2y^2}$

$a^2z^2+b^2x^2+c^2y^2\geq 2axbz+2bycx-2czay$

Пусть $az=f$, $bx=m$, $cy=n$, тогда поставив эти значения в наше неравенство получим, что: $f^2+m^2+n^2\geq 2fm+2mn-2fn$

$f^2+m^2+n^2-2fm-2mn+2fn\geq 0$

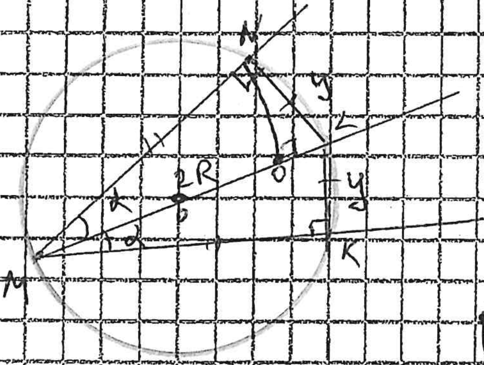
$(f^2+n^2-m^2)\geq 0$

$(az)^2+(cy)^2-(bx)^2\geq 0$

Так как произведения двух переменных az, cy и bx в квадрате будут больше нуля $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ наше неравенство $(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)-$ $-(ax+bz)^2-(by+cx)^2-(cz-ay)^2\geq 0$ будет выполняться для любых значений переменных a, b, c, x, y, z.

скобы

Шифр 03663



Дано:

ML - бисс.

$S_{MNLK} = 2\sqrt{...}$

$\angle LMN = 30^\circ$

MN + MK - ?

Решение

ML проходит через центр окружности => ML = 2R

$\angle MNL = \angle MKL = 90^\circ$ (Так как опирается на диаметр)

Так как ML - биссектриса => $\angle NML = \angle KML = 30^\circ$ =>

=> NL = KL = y (Против равных углов лежат равные стороны)

$\triangle MLN = \triangle MLK$ (ML - общая сторона, $\angle MNL = \angle MKL$, $\angle NML = \angle KML$, NL = KL, ~~ML = MK~~)

Так как $\triangle MLN = \triangle MLK$ => MN = MK

$S_{\triangle MKN} = S_{\triangle MLK}$ => $S_{MNLK} = 2 S_{MLN}$

$S_{\triangle MLN} = \frac{1}{2} ML \cdot NO$

Рассмотрим $\triangle MNL$

NO - высота

$\sin(\angle NLM) = \frac{NO}{y}$

$\angle MLN = 180 - \angle MNL - \angle MLN = 180 - 90 - 30 = 60^\circ$

$NO = \sin 60 \cdot y$

скобы

Шифр 3663

$S_{\triangle MLN} = \frac{1}{2} \cdot 2R \cdot \sin 60 \cdot y$

$S_{\triangle MLN} = \frac{R \cdot y \cdot \sqrt{3}}{2}$

Так как $\angle NML = 30° \Rightarrow ML = 2NL = 2y$ (катет лежащий против угла в 30° равен половине гипотенузы) $\Rightarrow 2y = 2R \Rightarrow y = R$

Рассмотрим $\triangle MNL$

по Т. Пифагора

$(2y)^2 - y^2 = MN^2$

$MN = \sqrt{4y^2 - y^2} = \sqrt{3y^2} = y\sqrt{3}$

$S_{MNLK} = 2S_{\triangle MLN}$

$25 = 2 \cdot \frac{Ry\sqrt{3}}{2}$

$25 = \frac{2 \cdot y^2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow y = \frac{5\sqrt[4]{3}}{3}$

$MN = y\sqrt{3} = \frac{5\sqrt[4]{3}}{3} \cdot \sqrt{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Так как $MN = MK$ их сумма будет: $MN + MK = \frac{2 \cdot 5\sqrt[4]{3}}{3}\sqrt{3} = \frac{10\sqrt[4]{3}}{3}\sqrt{3}$

Ответ $\frac{10\sqrt[4]{3}}{3}\sqrt{3}$