ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

004535

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

1.	Предмет	Орг. документы	
2.	Вариант	Математика 9 класс Вариант 3 закл	
3.	Класс	9	
4.	Фамилия	Х И Ж Н Я К О В	
	Имя	А Р Т Ё М	
	Отчество	А Н А Т О Л Ь Е В И Ч	
5.	Дата рождения	3 1 (число) 0 5 (месяц) 2 0 0 5 (год)	
6.	Страна	Россия	
7.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Томская обл	
8.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	Город	
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	Томск	
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МАОУ гимназия №55 им. Е.Г.Вёрсткиной	

1	2	3	4	5	Σ
7	7	7	5	6	32

Место для скобы

Шифр 004535

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри

№1

$$\frac{2(a^4b+ab^4)}{a^2-ab+b^2}-\frac{(b^4-a^4)(b+a)}{a^2-b^2}=\frac{2ab(a^3+b^3)}{a^2-ab+b^2}+\frac{(b^2-a^2)(b^2+a^2)(b+a)}{b^2-a^2}=$$

$$=2ab(a+b)+(b^2+a^2)(b+a)=(b+a)(b^2+2ab+a^2)=\cancel{\boxed{b^2+a^2}}$$

$$=(b+a)(b+a)^2=(b+a)^3$$

$a=-2,\underbrace{4\ldots4}_{2021}4,$ $\qquad$ $a=-2,\underbrace{44\ldots4}_{2021}$

$b=-1,\underbrace{5\ldots55}_{2020}6$ $\qquad$ $b=-1,\underbrace{55\ldots5}_{2020}6$

Видно, что

$a+b=-4$

$(b+a)^3=(-4)^3=-64$

Ответ: -64

Место для скобы

Шифр 004535

$$\begin{cases} x^2+2y^2-2y\cdot z=625 \\ 2x\cdot y-z^2=625 \end{cases}$$

$(x^2+2y^2-2y\cdot z)-(2xy-z^2)=0$

$x^2+y^2+y^2-2y\cdot z-2xy+z^2=0$

$x^2-2xy+y^2+y^2-2yz+z^2=0$

$(x-y)^2+(y-z)^2=0$

А это возможно, когда

$x=y$ и $y=z \Rightarrow x=y=z$

$x^2+2x^2-2x^2=625$

$x^2=625 \Rightarrow x_1=25$
$x_2=-25$

$x_1=25$ или $x_2=-25$
$y_1=25$ $y_2=-25$
$z_1=25$ $z_2=-25$

Ответ: $x_1=25$ или $x_2=-25$
$y_1=25$ $y_2=-25$
$z_1=25$ $z=-25$

Место для скобы

Шифр 004535

№3

$y = x^2 + ax + b$ Общая точка

$y = x^2 + cx + d$ $(1;1) \Rightarrow x=1; y=1$

$1 = 1^2 + a \cdot 1 + b \Rightarrow a + b = 0 \Rightarrow a = -b$

$1 = 1^2 + c \cdot 1 + d \Rightarrow c + d = 0 \Rightarrow c = -d$

$c^{2022} - b^{2021} < a^{2021} + d^{2022} \Rightarrow c^{2022} - (-c)^{2022} < a^{2021} + (-a^{2021}) \Rightarrow$

$\Rightarrow 0 < a^{2021} - a^{2021}$

$0 < 0$ — это невозможное неравенство.

Значит и исходное неравенство невозможно.

Ответ: Неравенство $c^{2022} - b^{2021} < a^{2021} + d^{2022}$ невозможно.

Место для скобы

Шифр

№4

$a^4 - b^2ac + c^2 \ge a^2bc - b^4 + c^2ab \Rightarrow a^4 + b^4 + c^4 \ge a^2bc + b^2ac + c^2ab \Rightarrow$

$\Rightarrow a^4 + b^4 + c^4 \ge abc(a+b+c) \Rightarrow \dfrac{a^4}{abc} + \dfrac{b^4}{abc} + \dfrac{c^4}{abc} \ge a+b+c \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{a^3}{bc} + \dfrac{b^3}{ac} + \dfrac{c^3}{ab} \ge a+b+c$

Это надо доказать.

Воспользуемся следующим неравенством

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \ge \sqrt[3]{x_1 x_2 x_3}$$

его ~~нед~~ не обосновано!

В качестве

$x_1 = \dfrac{a^3}{bc}$; $x_2 = \dfrac{b^3}{ac}$; $x_3 = \dfrac{c^3}{ab}$

Тогда

$$\frac{a^3}{bc} + \frac{b^3}{ac} + \frac{c^3}{ab} \ge 3\sqrt[3]{\frac{a^3}{bc} \cdot \frac{b^3}{ac} \cdot \frac{c^3}{ab}} = 3\sqrt[3]{abc}$$

$$\frac{a+b+c}{3} \ge \sqrt[3]{abc} \Rightarrow a+b+c \ge 3\sqrt[3]{abc}$$

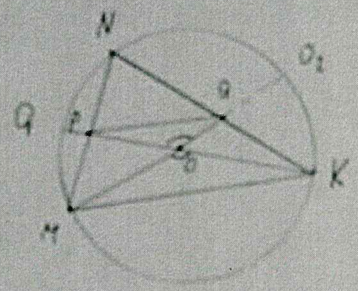
$$\frac{a^3}{bc} + \frac{b^3}{ac} + \frac{c^3}{ab} \ge a+b+c$$

ч.т.д.

Место для скобы

Шифр

№5



Дано:

$\angle MOK = 2\angle POQ$

$OM = OK = R_{опис}$

Решение.

$P_{\triangle PNQ} = NP + NQ + PQ$

По неравенству имеем

$MO + OK > MK$

$2R_{опис} > MK$

$\angle MNK = \frac{1}{2}\angle MOK = \angle POQ$

$NP = MN - PM$

$NQ = NK - QK$

$MN + NK - (PM + QK) + PQ = P_{\triangle} PNQ - (PM + QK) > P_{\triangle} PNQ - 2R_{в} + PQ \; (*)$

$PM < R_{впис} + OP$

$QK < R_{впис} + OQ$

$PM + QK < 2R_{в} - (OP + OQ) < 2R_{впис} - PQ$

Из (*) следует, что не может.

Ответ: Периметр PNQ не может быть меньше длины стороны MK.