Место для скобы

03937

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	2
3.	Класс	11
4.	Фамилия	ХАННАНОВА
	Имя	ЧУЛПАН
	Отчество	РИФАТОВНА
5.	Дата рождения	Число: 14; Месяц: 03; Год: 2004
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Республика Татарстан
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	Город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Казань
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	МАОУ „Лицей № 131"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

Место для скобы

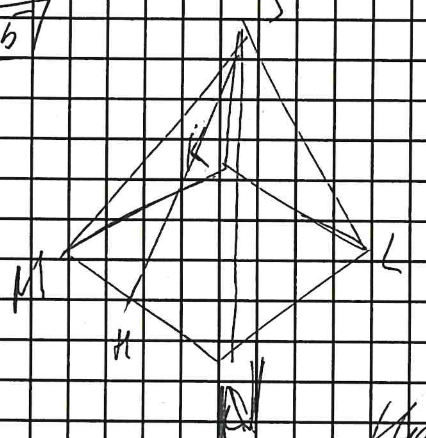
Шифр 03937

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
18б	3.04.22	Гендрико И.Ю.	

1	2	3	4	5
0	0	7	7	4

№5

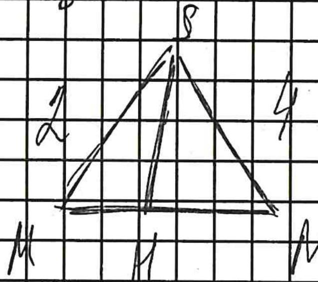


Наибольший объем достигается тогда, когда будет наибольшая высота, т.к. площадь основания имеет фиксированное значение ($V = \frac{1}{3} S \cdot h$)

4б

Нам известны SM и SN.

Наиб. высота (h) будет тогда, когда пл-ть $(SMN) \perp$ пл-ти $(MKLN)$ т.к. в другом случае высота $\triangle SMN$ к MN будет больше, чем высота нашей пирамиды, т.е. $SH = h$



$S_\triangle = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где p – полупериметр $\triangle$, $a = MS$, $b = SN$, $c = MN$

$S = \sqrt{15}$, с другой стороны

$S = \frac{1}{2} h \cdot MN = 2h = \sqrt{15} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{15}}{2}$

Вычислим объем пирамиды: $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h$

$S = ML \cdot KL \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin 90^\circ$ $\quad V = \frac{1}{6} \cdot ML \cdot KL \cdot h \cdot \frac{\cancel{}}{\cancel{}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{\sqrt{15}}{2} \cdot 4 \cdot 4\sqrt{3}$

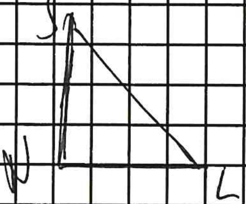
$V = 3\sqrt{5} \cdot \frac{8}{6} = 4\sqrt{5}$

Вычислим оставшиеся ребра. Т.к. $(SMN) \perp (MNLK) \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle SNL$ и $\triangle MSK$ – прямоугольные. По ~~формуле~~ теореме Пифагора вычислим ребра

Место для скобы

Шифр 03937

№5 продолжение:



$SL = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

$SL = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

Ответ: $4\sqrt{2}$, $2\sqrt{5}$, $4\sqrt{5}$

№4 $\begin{cases} a^3 - 2020a^2 + 1010 = 0 \\ b^3 - 2020b^2 + 1010 = 0 \\ c^3 - 2020c^2 + 1010 = 0 \end{cases}$ $(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) = 0$

~~$(x-x_1)$~~ Теорема Виета: для $x^3 - 2020x^2 + 1010 = 0$

$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2020 \\ x_1x_3 + x_2x_3 + x_1x_2 = 0 \\ x_1x_2x_3 = -1010 \end{cases}$

$\cancel{x_1 = \frac{-1010}{x_2x_3}}$

$\cancel{x_1 = 2020 - x_2 - x_3}$

$\cancel{x_1 = \frac{-x_2x_3}{x_2+x_3}}$

$\cancel{\frac{x_2x_3}{x_2+x_3} = -2020x_2 + x_3}$

$\cancel{x_2x_3 = -2020x_2 - 2020x_3 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_2x_3}$

Нужно найти: $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} = \frac{1}{x_1x_2} + \frac{1}{x_2x_3} + \frac{1}{x_3x_1} =$

$= \frac{x_3 + x_1 + x_2}{x_1x_2x_3} = \frac{2020}{-1010} = -2$

Ответ: -2

т.к. ур-я относительно a, b, c — одинаковые, то достаточно решить 1 уравнение и найти 3 корня, и найти искомое число с помощью т. Виета

Место для скобы

Шифр 03937

№2) $2+\cos^2 x+\cos 4x+\cos 2x+2\sin 3x\cdot\sin 7x+\sin^2 7x=\cos\left(\frac{\pi k}{2020}\right)$

$2+\cos^2 x+2\cos x\cdot\cos 3x+2\sin 3x\cdot\sin 7x+\sin^2 7x=\cos\left(\frac{\pi k}{2020}\right)$

00

№3 $p(x)=x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$

$1-\frac{2}{(x+1)(x+2)}$ $p(1)=\frac{2}{3}$ $p(2)=\frac{5}{6}$ $p(3)=\frac{9}{10}$ $p(4)=\frac{14}{15}$

$p(5)=\frac{20}{21}$ $\cancel{\frac{2}{3}\cdot\frac{3+2}{3+2+1}}$

70

$\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{14}{15}\cdot\frac{20}{21}\cdot\frac{27}{28}\cdot\frac{35}{36}\cdot\frac{44}{45}\cdot\frac{54}{55}\cdot\frac{65}{66}\cdot\frac{77}{78}\cdots\frac{2}{202}$

$\boxed{x=1}$

$\left(1-\frac{2}{(x+1)(x+2)}\right)\left(1-\frac{2}{(x+2)(x+3)}\right)\left(1-\frac{2}{(x+3)(x+4)}\right)\cdots\left(1-\frac{2}{(x+2022)(x+2023)}\right)$

$1-\frac{2}{(x+1)(x+2)}=\frac{x(x+3)}{(x+1)(x+2)}$

$\frac{x(x+3)}{(x+1)(x+2)}\cdot\frac{(x+1)(x+4)}{(x+2)(x+3)}\cdot\frac{(x+2)(x+5)}{(x+3)(x+4)}\cdot\frac{(x+3)(x+6)}{(x+4)(x+5)}\cdots\frac{(x+2021)(x+2024)}{(x+2022)(x+2023)}$

$=\frac{x}{x+2}\cdot\frac{(x+2024)}{(x+2022)}=\frac{1\cdot 2025}{3\cdot 2023}=\frac{675}{2023}$ — ответ

Место для скобы

Шифр 03937

№3 продолжение:

$$= \frac{x}{x+2} \cdot \frac{(x+2027)}{(x+2022)} = \frac{1 \cdot 2025}{3 \cdot 2023} = \frac{675}{2023}$$

Ответ: $\frac{675}{2023}$