Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

004019

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

заключительного этапа

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	2
3.	Класс	10
4.	Фамилия	ГЫНГАЗОВ
	Имя	ВЛАДИСЛАВ
	Отчество	НИКОЛАЕВИЧ
5.	Дата рождения	28 (Число) 03 (Месяц) 2004 (Год)
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Томская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	Город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Северск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ СОШ №84

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

Место для скобы

Шифр 004019

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
30б	5.04.21	Гендрина И.Ю.	[signature]

№3

Пусть $f(x)=ax^2+bx+c$, тогда $f(2)+f(3)=a\cdot 4+b\cdot 2+c+a\cdot 9+b\cdot 3+c=0$

$f(0)+f(1)=a\cdot 0+b\cdot 0+c+a\cdot 1+b\cdot 1+c=b+a+2c=0$

1	2	3	4	5
7	7	7	2	7

$$\begin{cases} b+a+2c=0 \\ 13a+5b+2c=0 \end{cases} \quad \begin{matrix}\boxed{1} \\ \boxed{2}\end{matrix}$$

$-12a-4b=0$

$-3a=b$

$-\frac{b}{a}=3$

$f(x)=2020$

$ax^2+bx+c-2020=0$

по теор. Виета $x_1+x_2=-\frac{b}{a}=3$

7б

Ответ: 3

№1

Предположим, что такие числа есть. Пусть $\sqrt{x^2+2020}-x=n$, $\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+2020}=d$, $2x-\sqrt{x^2+2020}=q$, где $n, d, q\in Z$,

раз $n\in Z$ и $q\in Z \Rightarrow 2n+q\in Z$

$2n+q=2\cdot(\sqrt{x^2+2020}-x)+2x-\sqrt{x^2+2020}=\sqrt{x^2+2020}\in Z$

$$\left.\begin{matrix} \sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+2020}\in Z \\ \sqrt{x^2+2020}\in Z \end{matrix}\right\} \Rightarrow \sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+2020}+\sqrt{x^2+2020}\in Z$$

$\sqrt{x^2+2}\in Z$

7б

Пусть $\sqrt{x^2+2}=p$, где $p\in Z$ и $p\geq 0$

$\sqrt{x^2+2}=p$

$x^2+2=p^2$

$p^2-x^2=2$

$(p-x)(p+x)=2\cdot 1$

$\begin{cases} p-x=1 \\ p+x=2 \end{cases}$ и $\begin{cases} p-x=2 \\ p+x=1 \end{cases}$

Место для скобы

Шифр 004019

$\begin{cases} p-x=1 \\ p+x=2 \end{cases} \Rightarrow p-x+p+x=2+1$

$2p=3$

$p=1{,}5$, но $p\in Z \Rightarrow p\in\varnothing \Rightarrow x\in\varnothing$

$\begin{cases} p-x=2 \\ p+x=1 \end{cases} \Rightarrow p-x+p+x=3$

$2p=3$

$p=1{,}5$, но $p\in Z \Rightarrow p\in\varnothing \Rightarrow x\in\varnothing$

Ответ: такого числа нет

№ 2

10

$\begin{cases} 5xy+yz+2xz=-x \\ 14xy+3yz+5xz=-4x \\ 2xy+xz=4x \end{cases} \Big| \boxed{1}\cdot 4 + \boxed{3}$

$20xy+4yz+8xz+2xy+xz=4x-4x$

$22xy+4yz+9xz=0$

$\begin{cases} 5xy+yz+2xz=-x \\ 14xy+3yz+5xz=-4x \\ 2xy+xz=4x \end{cases} \Big| \boxed{2} + \boxed{3}$

$14xy+\cancel{2xz}+3yz+5xz+2xy+xz=4x-4x$

$16xy+3yz+6xz=0$

$\begin{cases} 22xy+4yz+9xz=0 \\ 16xy+3yz+6xz=0 \end{cases} \Big| \begin{matrix} \boxed{1}\cdot 3 \\ \boxed{2}\cdot 4 \end{matrix}$

$66xy+12yz+27xz-64xy-12yz-24xz=0$

$2xy+3xz=0$

сел $\begin{cases} 2xy+3xz=0 \\ 2xy+xz=4x \end{cases}$

если $x\neq 0$

$\begin{cases} 2xy+3xz=0 \;/ \div x \\ 2xy+xz=4x \;/ \div x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y+3z=0 \\ 2y+z=4 \end{cases}$

Место для скобы

Шифр 004019

$$\begin{cases} 2y + 3z = 0 & \boxed{1} \\ 2y + z = 4 & \boxed{2} \end{cases}$$

$2z = -4$

$z = -2$

$2y = -3z$

$y = -\frac{3}{2} \cdot (-2) = 3$

при $y = 3$ $z = -2$

$$\begin{cases} 5x \cdot 3 + 3 \cdot (-2) + 2x(-2) = -x \\ 14x \cdot 3 + 3 \cdot 3 \cdot (-2) + 5x \cdot (-2) = -4x \\ 2x \cdot 3 - 2x = 4x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15x - 6 - 4x + x = 0 \\ 42x - 18 + 4x - 10x = 0 \\ 4x = 4x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12x = 6 \\ 36x = 18 \\ 4x = 4x \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

Если $x = 0$

$$\begin{cases} 5 \cdot 0 \cdot y + yz + 2 \cdot 0 \cdot z = -0 \\ 14 \cdot 0 \cdot y + 3yz + 5 \cdot 0 \cdot z = -4 \cdot 0 \\ 2 \cdot y + 0 \cdot z = 4 \cdot 0 \end{cases} \Leftrightarrow yz = 0$$

Ответ $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 3 \\ z = -2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 0 \\ y \in R \\ z = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z \in R \end{cases}$

№4 Пусть $\sqrt[2020]{2020 \cdot 2021^{-1}} = x$ $\sqrt[2020]{2021 \cdot 2019^{-1}} = y$, тогда $xy = \sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}} \sqrt[2020]{\frac{2021}{2019}} = \sqrt[2020]{\frac{2020}{2019}}$

$2020 > 2019 \Rightarrow \frac{2020}{2019} > 1 \Rightarrow \sqrt[2020]{\frac{2020}{2019}} > 1 \Rightarrow xy > 1 \Rightarrow \sqrt{xy} > 1$

~~по нер.~~ Так как среднее арифметическое ~~п~~ больше или равно среднему геометрическому, то $\frac{x+y}{2} > \sqrt{xy}$; $\sqrt{xy} > 1 \Rightarrow \frac{x+y}{2} > 1 \Rightarrow x+y > 2$

то есть $\sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}} + \sqrt[2020]{\frac{2021}{2019}} > 2$ ч. т. д.

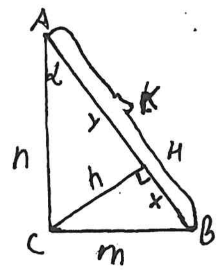
!

2 б

не доказано

Место для скобы

Шифр



Дано
$\triangle ABC$
$C = 90^\circ$
$AC = n$
$BC = m$
$CH = h$ - высота
Возможно ли
$k + h < m + n$

Пусть $HB = x$ $AH = y$, тогда по нер-у $\triangle$ для $\triangle ACH$
$y + h < n$
по нер-ву $\triangle$ для $\triangle CHB$ -
$h + x > m$

$\begin{cases} y + h > n \\ h + x > m \end{cases}$

$2h + (x + y) > m + n$

$2h + k > m + n$

~~$k + h < m + n$~~

~~$x + y + h < m + n$~~

Пусть $\angle BAC = \alpha$, тогда $\cos\angle BAC = \frac{AC}{AB} = \frac{n}{k} \Rightarrow k\cos\alpha = n$ $\sin\alpha = \frac{CB}{AB} = \frac{m}{k} \Rightarrow$
$m = k\sin\alpha$

$\left.\begin{matrix} S_{\triangle ABC} = \frac{m \cdot n}{2} \\ S_{\triangle ABK} = \frac{h \cdot k}{2} \end{matrix}\right\} \Rightarrow h = \frac{mn}{k} = \frac{k\cos\alpha \cdot k\sin\alpha}{k} = k\cos\alpha \cdot \sin\alpha$

75

$k + h < m + n$
$k + k\cos\alpha \cdot \sin\alpha < k\cos\alpha + k\sin\alpha \;/ \div k > 0$
$1 + \cos\alpha \cdot \sin\alpha < \cos\alpha + \sin\alpha$
$1 - \sin\alpha + \cos\alpha(\sin\alpha - 1) < 0$
$(1 - \sin\alpha)(1 - \cos\alpha) < 0$

$\left.\begin{matrix} \cos\alpha \leq 1 \Rightarrow 1 - \cos\alpha \geq 0 \\ \sin\alpha \leq 1 \quad 1 - \sin\alpha \geq 0 \end{matrix}\right\} (1 - \cos\alpha)(1 - \sin\alpha) \geq 0$, но $(1 - \cos\alpha)(1 - \sin\alpha) < 0 \Rightarrow k + h \geq m + n$

Ответ: невозможно