

Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

003528

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА																				
2.	Вариант	1																				
3.	Класс	11																				
4.	Фамилия	Г	Р	У	Д	И	Н	И	Н	А												
	Имя	В	И	К	Т	О	Р	И	Я													
	Отчество	Л	Е	О	Н	И	Д	О	В	Н	А											
5.	Дата рождения	0	6			0	9			2	0	0	3									
		Число		Месяц		Год																
6.	Страна	РОССИЯ																				
7.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	КЕМЕРОВСКАЯ ОБЛ.-КУЗБАСС																				
8.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	ГОРОД																				
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	МЕЖДУРЕЧЕНСК																				
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ ГИМНАЗИЯ № 6 им. ВЕНЗЕЛЕРА.																				

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Веев

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
185	3 04. 21	Тендринка Ц.Ю.	

$\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2+2021}$, $x - \frac{1}{x}$, $\frac{1}{x^2+2021} - \frac{1}{x}$, Нет, не существует. 65

Рассмотрим число $x - \frac{1}{x}$. Целым будет при $x = \pm 1$, но для других чисел они не подходят. Представим $x - \frac{1}{x} = \frac{(x-1)(x+1)}{x}$ при последующих целых числах x число получится и будет. т.к. при $2, 3, \dots$ $(x-1)(x+1)$ делится быть кратно x в первом случае числа kx (при $x \neq 1$) не кратно x . Дробь также не подходит, т.к. при дробях $\frac{1}{x}$ они просто меняют знак, а при дробях у нас знаменатель не делится на числитель.

$$\begin{aligned} \sin x + \sin^3 x + 2020 \sin^5 x &= \cos(2x) + \cos^3(2x) + 2020 \cdot \cos^5(2x) \\ \sin x + \sin^3 x + 2020 \sin^5 x - \cos(2x) - \cos^3(2x) - 2020 \cos^5(2x) &= 0 \\ (\sin x - \cos(2x)) + (\sin^3 x - \cos^3(2x)) + (2020 \sin^5 x - 2020 \cos^5(2x)) &= 0 \end{aligned}$$

Сумма будет равна нулю когда каждое из слагаемых будет равно нулю.

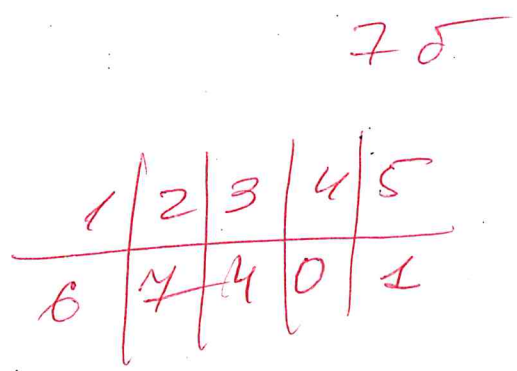
$$\begin{cases} \sin x - \cos(2x) = 0 \\ \sin^3 x - \cos^3(2x) = 0 \\ \sin^5 x \cdot 2020 - 2020 \cdot \cos^5(2x) = 0 \end{cases} \Rightarrow \sin x = \cos(2x)$$

$$\begin{aligned} \sin x &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ \sin x &= 1 - 2\sin^2 x \end{aligned}$$

Пусть $\sin^2 x = t$, тогда.

$$\begin{aligned} 2t^2 + t - 1 &= 0 \\ D &= 1 + 8 = 9 = 3^2 \\ t_1 &= \frac{-1+3}{4} = \frac{1}{2} \\ t_2 &= \frac{-4}{4} = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin x &= \frac{1}{2} \text{ или } \sin x = -1. \\ &= (-1)^k \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) + \pi k, k \in \mathbb{Z} \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ &= (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$



Ответ: $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$, $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ✓

3. $f(x) = x^n + 5x^{n-1} + 3$. Нет, не может.

т.к. если записать в виде произведения множителей, то это будет либо разность квадратов, либо сумма квадратов, либо... суммы или разности, но 5 и 3 простые числа и нельзя представить 5 в виде числа, где можно вынести 3 и при этом они одинаковы.

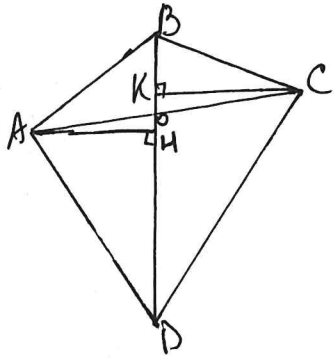
недост. данных.
45

5. Дано:

$S = 32$
 $AB + CD + BD = 16$
 $AC = ?$

Решение:

$S = S_{ABD} + S_{BCD} =$
 $= \frac{1}{2} AI \cdot BD + \frac{1}{2} AI \cdot CK =$
 $= \frac{1}{2} BD (AI + CK) = 32$
 $BD (AI + CK) = 64$



$\triangle AOI \sim \triangle KOC$

$\frac{KO}{OK} = \frac{OC}{AO} = \frac{KC}{AI}$

$OC \cdot AI = AO \cdot KC$

$AI + CK = \frac{64}{BD}$, $AI = \frac{64}{BD} - CK$

$AC = AO + OC$, $AO = AC - OC$.

$OC \cdot AI = (AC - OC) \cdot KC$.

$AC = \frac{OC \cdot 64}{BD \cdot KC} - 2 \cdot OC$.

$CD^2 = KC^2 + KD^2$

$AB^2 = AI^2 + IB^2$

$CD^2 - AB^2 = KC^2 - AI^2 + KD^2 - IB^2$

$(CD + AB)(CD - AB) = KC^2 + KD^2 - (AI^2 + IB^2)$

15