Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

03962

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1
3.	Класс	11
4.	Фамилия	ГРИГОРОВИЧ
	Имя	СОФЬЯ
	Отчество	МАКСИМОВНА
5.	Дата рождения	Число: 12; Месяц: 02; Год: 2004
6.	Страна	РОССИЯ
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Курганская обл.
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Курган
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ г. Кургана "Гимназия №47"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

Место для скобы

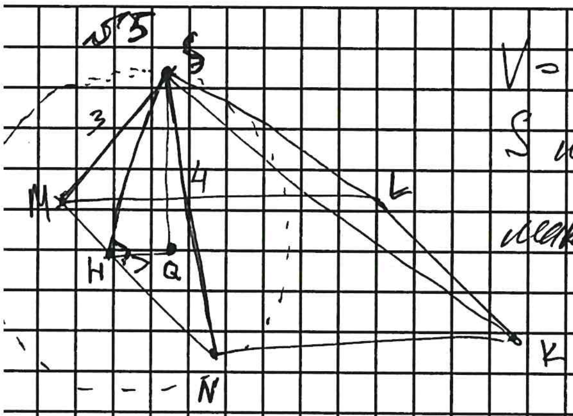
Шифр 03962

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
15	4.04	Кафтасиева Е.Е.	[illegible]

1	2	3	4	5	Σ
0	0	4	7	4	15

№5



$V = S_{(MNLK)} \cdot h$, где h — длина высоты из S на (MLK). т.к. $S_{(MNLK)}$ — фиксирована, то максимальный объем достигается при максимальном значении h. Опустим из S перпендикуляр к (MLK) — SQ. $SQ = h$ так же в $\triangle SMN$ опустим SH — высоту из S на MN (по обратной Т. Пифагора $\triangle SMN$ — прямоугольник с гипотенузой $MN \Rightarrow H \in MN$). т.к. отрезки SM, SN, MN фиксированной длины по условию, то $S \in \omega_1$, ω_1 — окружность с центром в H, радиусом SH (высота в $\triangle$ с фиксированными длинами сторон имеет фиксированную длину) и лежащая в плоскости, перпендикулярной MN. посмотрим на $\triangle SQH$. $SQ \perp QH$ (т.к. SQ — высота пирамиды, и QH — прямая в плоскости основания). SH — наклонная $\Rightarrow SH \geq SQ \Rightarrow h$ — принимает максимальное значение, когда $Q = H$. $\Rightarrow (MSN) \perp (MNL)$.

теперь найдем длины оставшихся ребер:

$\frac{4}{3} = \frac{SN}{MS} = \frac{SH}{HM} = \frac{NH}{SH} \Rightarrow \frac{NH}{HM} = \frac{16}{9}$ т.к. $MN = 5 \Rightarrow HN = \frac{16}{5}$, $HM = \frac{9}{5}$

$h = \frac{12}{5}$

Место для скобы

Шифр 03962

$KH = \sqrt{\frac{16^2}{25} + \frac{4\cdot 25}{25}} = \frac{2}{5}\sqrt{89}$ $LH = \sqrt{\frac{181}{25}}$ (т.к. $\angle LMH$ и $\angle KNH$ по условию $= 90°$). SH – высота трапеции (по доказанному)

$\Rightarrow \triangle SHK$ и $\triangle SHL$ – прямоугольные треугольники ~~значит~~ $\Rightarrow$

$SK = \sqrt{\frac{144+356}{25}} = 2\sqrt{5}$ $SL = \sqrt{\frac{181+356}{25}} = \frac{\sqrt{537}}{5}$

$V_{(SMNKL)} = \frac{12}{5}\cdot 10 = 24$

≠

№ 4

Возьмем $f(x) = x^3 - 2022x^2 + 1011$. по условию a, b и c являются корнями $f(x) \Rightarrow$ по т. Виета $a+b+c = 2022$, $abc = -1011$

$\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} = \frac{a+b+c}{abc} = \frac{2022}{-1011} = -2.$

+

№ 3

$1 - \frac{2}{P(x)} = \frac{P(x)-2}{P(x)} = \frac{x(x+3)}{(x+1)(x+2)} \Rightarrow$ нам нужно найти

$\prod_{x=1}^{x=2021} \frac{x(x+3)}{(x+1)(x+2)} = \frac{x!\,(x+3)!\cdot 2}{6\,(x+1)!\,(x+2)!} = \frac{x+3}{3(x+1)} = \frac{1012}{3033}$

произведение

+

№ 2.

$4 - \sin^2 x + \cos 4x + \cos 2x + 2\sin 3x \cdot \sin 7x - \cos^2 7x = \cos^2\left(\frac{\pi k}{2021}\right)$

$2 - \sin^2 x + \cos 4x + \cos 2x + \cos^2 3x + \sin^2 3x + 2\sin 3x \cdot \sin 7x + \sin^2 7x$

$(\sin 7x + \sin 3x)^2 + 2 - \sin^2 x + \cos 4x + \cos 2x = \cos^2\left(\frac{\pi k}{2021}\right) = \cos^2\left(\frac{\pi k}{2021}\right)$