

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

018279

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА																					
2.	Вариант	1																					
3.	Класс	11В																					
4.	Фамилия	Г	О	В	С	Е	Ц																
	Имя	А	Р	Т	У	Р																	
	Отчество	Е	В	Г	Е	Н	Ь	Е	В	И	Ч												
5.	Дата рождения	0	7					1	1														
		Число		Месяц		Год																	
6.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	НОВОСИБИРСКАЯ ОБЛАСТЬ																					
7.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	РАБОЧИЙ ПОСЕЛОК																					
8.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Асино)	КРАСНОЗЁРСКОЕ																					
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ КРАСНОЗЁРСКИЙ ЛИЦЕЙ №1																					

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись _____



10.	Контактный телефон	8	9	1	3	4	6	7	6	7	8	2											
11.	e-mail																						
12.	Профиль в вк	https://vk.com/																					
13.	Документ, удостоверяющий личность	5	0	1	6																		
		серия					номер																
		14.11.2016 УФМС РФ по НСО в КРАСНОЗЁРСКОМ																					
		кем и когда выдан																					
		РАЙОНЕ																					
		кем и когда выдан																					
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (да/нет)	НЕТ																					
15.	Сирота (да/нет)	НЕТ																					
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (да/нет)	НЕТ																					

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
15	18.03.20	Тюфряков И.В.	И.В.

Задача 2.

Пусть x - ν пешком
 y - ν на велосипеде
 z - ν на машине

I.

Π	Вел	М	Время
$\frac{2}{x}$	$\frac{3}{y}$	$\frac{20}{z}$	$1\frac{1}{10}$

II.

Π	Вел	М	Время
$\frac{5}{x}$	$\frac{8}{y}$	$\frac{30}{z}$	$2\frac{2}{5}$

III.

Π	Вел	М	Время
$\frac{4}{x}$	$\frac{5}{y}$	$\frac{80}{z}$	t

7

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{20}{z} = 1\frac{1}{10} \cdot k \\ \frac{5}{x} + \frac{8}{y} + \frac{30}{z} = 2\frac{2}{5} \cdot l \\ \frac{4}{x} + \frac{5}{y} + \frac{80}{z} = t \cdot p \end{cases}$$

k, l, p введем коэф. k, l, p и умножим на них уравнения системы.

$$\begin{cases} 2k + 5l = 4p \\ 3k + 8l = 5p \\ 2k + 3l = 8p \end{cases}$$

выразим $l \Rightarrow 2l = 4p$
 $(l = 2p)$

I. из 1-го уравнения вычтем 3-е:

$$\begin{cases} 3k - 16p = 5p \\ 2k - 6p = 8p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 7p \\ k = 7p \end{cases}$$

Пусть $p=1$, то $k=7 \Rightarrow l=2$.

$$k=7 \quad t = 7 \cdot \frac{11}{10} - 2 \cdot \frac{12}{5} = 2,9 \text{ часа} = 2 \text{ часа } 54 \text{ минуты. } \checkmark$$

$$l=2$$

$$p=1$$

Ответ: 2 часа 54 минуты.

Задача 3.

$$\begin{cases} a < 1 \\ b < 1 \\ c < 1 \\ a+b+c \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow (1-a) \cdot (1-b) \cdot (1-c) \leq \frac{125}{216} \Rightarrow \begin{cases} 1-a \leq \frac{5}{6} \\ 1-b \leq \frac{5}{6} \\ 1-c \leq \frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \geq \frac{1}{6} \\ b \geq \frac{1}{6} \\ c \geq \frac{1}{6} \end{cases}$$

$$\Sigma: (a+b+c) \geq \frac{1}{2}, \text{ т.к. } \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ ч.т.д.}$$

Ответ: доказано.

Задача 3

$x \in [1; 3]$

Пусть $f(x) = a$.

$2019 \cdot \sqrt[3]{3x-2} + 2018 \cdot \log_2(3x-1) = 2020 - m = a \Rightarrow m = 2020 - a$

Введем функцию и посчитаем ее монотонность:
через производную $f'(x) = 2019 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3x-2}{2}\right)^{-\frac{2}{3}} \cdot \frac{3}{2} + 2018 \cdot \frac{\ln(3x-1) \cdot 3}{\ln 2}$, следовательно $>$
функция возрастает, доказано.

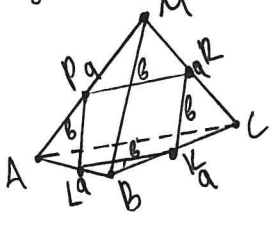
$f(1) = 2019 \cdot \sqrt[3]{1} + 2018 \cdot \log_2 2 = 2019 + 2018 = 4037$

$f(3) = 2019 \cdot \sqrt[3]{8} + 2018 \cdot \log_2 8 = 2019 \cdot 2 + 2018 \cdot 3 = 4038 + 6054 = 10092$

$\begin{cases} a \leq f(3) \\ a \geq f(1) \end{cases} \Rightarrow f(1) \leq a \leq f(3) \Rightarrow 4037 \leq 2020 - m \leq 10092$
 $\Rightarrow m \in [-6054; -1017]$

Ответ: $m \in [-6054; -1017]$

Задача 5

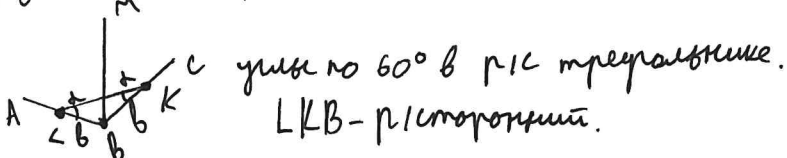


RPLK - квадрат со стороной b.
MABC - пр. пирамида с основанием a.
По теореме о 3-х перпендикулярах понимаем, что AC и MB - скрещивающиеся прямые.
 \Rightarrow угол между ними 90° , т.к. они \perp .

$KL \parallel AC \parallel RP$
 $LK = RP = b$
 $RK \parallel MB \parallel PL$
 $RK = PL = b$

через a и b выразим \angle :

$b < a$

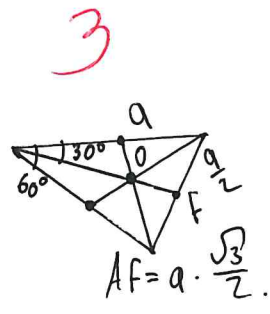


$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$



$\cos \alpha = \frac{a-b}{2b} < 1$ $b > \frac{1}{3}a$
 $\frac{1}{3}a < b < a$

Проведем апофему MF:
 $\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{4b^2}{(a-b)^2} - 1$



$MF = \frac{a}{2} \cdot \operatorname{tg} \alpha$ $OF = \frac{1}{3} AF = \frac{a}{2\sqrt{3}}$

Задача 5 программисте:

$$H = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{\frac{3 \operatorname{tg}^2 \alpha - 1}{3}} \quad \Leftarrow \quad MO^2 = H^2 = MF^2 = OF^2 = \frac{a^2}{4} \operatorname{tg}^2 \alpha - \frac{a^2}{12}$$

$$\begin{aligned} V_{\text{нур}} &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2} \sqrt{\frac{3 \operatorname{tg}^2 \alpha - 1}{3}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2} \sqrt{\frac{3 \operatorname{tg}^2 \alpha - 1}{3}} = \frac{a^3}{24} \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1}, \text{ где } \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{4b^2}{(a-b)^2} - 1 \\ &= \frac{a^3}{24} \sqrt{\frac{3 \cdot 4b^2}{(a-b)^2} - 1} = \frac{a^3}{24} \sqrt{\frac{8b^2 - 4a^2 + 8ab}{(a-b)^2}} \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{a^3}{24} \sqrt{\frac{8b^2 - 4a^2 + 8ab}{(a-b)^2}}$

Задача 1.

$$(x-y)^2 + (y - 2\sqrt{x} + 2)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} x-y = \frac{1}{2} \\ y - 2\sqrt{x} + 2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

выразим x : $\begin{cases} x = \frac{1}{2} + y \\ y - 2\sqrt{\frac{1}{2} + y} + 2 = \frac{1}{2} \end{cases}$

$$y - 2\sqrt{\frac{1}{2} + y} + 2 = \frac{1}{2}$$

$$y - \sqrt{2+y} + 2 - \frac{1}{2} = 0$$

$$(y - \sqrt{2+y} + \frac{3}{2})^2 = 0^2$$

$$y^2 - 2\sqrt{2+y} - \frac{9}{4} = 0$$

$$y^2 + y + 0,25 = 0 \quad | \cdot 4$$

$$4y^2 + 4y + 1 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 0 \quad (16 - 16 = 0) \quad | \text{корень}$$

$$y = \frac{-4+0}{8} = -\frac{1}{2}$$

если $y = -\frac{1}{2}$, то $x \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} + y \\ x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \\ x = 0. \end{cases}$

Ответ: $0; -\frac{1}{2}$.