ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

004527

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

1.	Предмет	Орг. документы
2.	Вариант	Математика 10 класс Вариант 3 закл
3.	Класс	10
4.	Фамилия	ГОРЯЧКИН
	Имя	ПАВЕЛ
	Отчество	ДМИТРИЕВИЧ
5.	Дата рождения	06 (число) 08 (месяц) 2004 (год)
6.	Страна	Россия
7.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Чувашская республика - Чувашия
8.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	Город
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	Чебоксары
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МАОУ "Лицей №3"

1	2	3	4	5	Σ
6	7	6	6	7	32

Место для скобы

Шифр 004527

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри

7

$\sqrt{x^2+2020}-x$, $\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+2020}$, $2x-\sqrt{x^2+2020}$

1) Допустим все ~~числа~~ выражения целые, тогда их разность тоже является целым числом, ~~то есть~~ и сумма тоже целые числа, тогда

$$\sqrt{x^2+2020}-x+2x-\sqrt{x^2+2020}=x \Rightarrow x\in\mathbb{Z}. \quad (1)$$

2) $$\sqrt{x^2+2}-\cancel{\sqrt{x^2+2020}}-2x+\cancel{\sqrt{x^2+2020}}=\sqrt{x^2+2}-2x$$

Мы знаем из (1), что $x\in\mathbb{Z} \Rightarrow -2x\in\mathbb{Z}$, тогда $\sqrt{x^2+2}\in\mathbb{Z}$, но x^2 — квадрат целого числа, тогда x^2+2 не может быть квадратом целого числа, так как нет квадратов отличающихся на 2 не обосновано, хоть и верно

$\Downarrow$

$$\sqrt{x^2+2}\notin\mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{x^2+2}-2x\notin\mathbb{Z} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ ~~x~~ допущение неверно $\Rightarrow$ $\sqrt{x^2+2020}-x$, $\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+2020}$ и $2x-\sqrt{x^2+2020}$ не могут быть целыми ~~при~~ одновременно, при каком-то значении x

Ответ: не существует такого x.

Место для скобы

Шифр 004527

(2) $\begin{cases} -3xy - 5yz - xz = 3y & (1) \\ -5xy + 4yz + xz = -4y & (2) \\ xy + yz = -y & (3) \end{cases}$ сложив (1) и (2)

получим новую систему

$\begin{cases} -8xy - yz = -y \\ xy + yz = -y \end{cases}$ $\quad -3xy - 2yz = 0 \Leftrightarrow \underline{-3xy = 2yz}$

$\boxed{\text{I случай}}$ $y = 0$ тогда, подставляя это значение в исходную систему, получим

$\begin{cases} -xz = 0 \\ xz = 0 \\ 0 = 0 \end{cases} \Rightarrow$ либо $x = 0$ $z \in R$, либо $x \in R$ и $z = 0$

либо $x = 0$, $z = 0$

$\Downarrow$

три тройки $(0; 0; R)$; $(0; 0; 0)$; $(R; 0; 0)$

$\boxed{\text{II случай}}$ $y \neq 0$, тогда

$-3xy = 2yz \quad \Big| \cdot \frac{1}{y}$

$-3x = 2z \Leftrightarrow z = -1{,}5x$ подставим это в исходную систему

$\begin{cases} 3xy + 7{,}5yx + 1{,}5x^2 = 3y \\ -5xy - 6xy - 1{,}5x^2 = -4y \\ xy - 1{,}5xy = -y \quad (4) \end{cases}$ из (4) $\Rightarrow -0{,}5xy = -y \quad \Big| \cdot \frac{1}{y}$

$-0{,}5x = -1$

$\underline{x = 2}$

$\Downarrow$

$6y + 15y + 6 = 3y$ $\quad \Leftarrow \quad \underline{z = -3}$

$18y = -6 \Rightarrow \underline{y = -\frac{1}{3}}$

(продолжение на стр. 3)

Место для скобы

Шифр 004527

② (продолжение)

Ответ: $(0;0;R)$; $(0;0;0)$; $(R;0;0)$
$(2; -\frac{1}{3}; -3)$

P.S. ответ записан в формате $(x;y;z)$!!!!!

⑤ Дано:

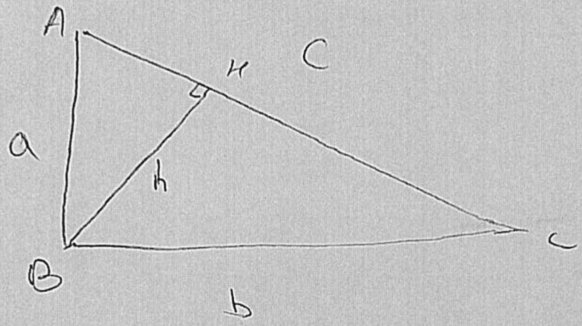
ΔABC – прямоуг.

$AB = a$
$BC = b$ $\angle B = 90^\circ$
$AC = c$

$BH \perp AC$; $BH = h$.

Д-ть:
$c+h$ может быть или нет меньше $a+b$

Решение:



1) $S_{\Delta ABC} = \frac{h \cdot c}{2}$ $\Rightarrow h \cdot c = a \cdot b$ (1)

$S_{\Delta ABC} = \frac{a \cdot b}{2}$

2) из $\Rightarrow$ п. 1) $h = \frac{a \cdot b}{c}$ (2)

3) Если $c+h < a+b$, то и $(c+h)^2 < (a+b)^2$, т.к.

$c+h > 0$, $a+b > 0$

То есть можно сравнить квадраты сумм.

4) $(c+h)^2 = c^2 + 2hc + h^2$, подставив (1) и (2)

получаем $(c+h)^2 = c^2 + 2ab + \left(\frac{a \cdot b}{c}\right)^2$

$c^2 = a^2 + b^2$ (по т-ме Пифагора) $\Rightarrow (c+h)^2 = a^2 + b^2 + 2ab + \left(\frac{a \cdot b}{c}\right)^2$

5) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

6) из п. 4) и п. 5) $\Rightarrow$ $(c+h)^2 - (a+b)^2 = \cancel{a^2} + \cancel{2ab} + \cancel{b^2} + \left(\frac{a \cdot b}{c}\right)^2$

$- \cancel{a^2} - \cancel{b^2} - \cancel{2ab} = \left(\frac{a \cdot b}{c}\right)^2 > 0 \Rightarrow (c+h)^2 > (a+b)^2$

(Продолж. на стр. 4)

Место для скобы

5 (Продолжение)

Шифр

$(c+h)^2 > (a+b)^2 \Rightarrow c+h > a+b \Rightarrow c+h$ не может быть меньше $a+b$

Ответ: невозможно

3 $f(x) = ax^2 + bx + c$, тогда

$f(0) = c$

$f(1) = a+b+c$

$f(2) = 4a+2b+c$

$f(3) = 9a+3b+c$

$\Rightarrow \begin{cases} c+a+b+c=0 \\ 4a+2b+c+9a+3b+c=0 \end{cases}$

$\Updownarrow$

$-\begin{cases} a+b+2c=0 \\ 13a+5b+2c=0 \end{cases} \Rightarrow -12a-4b=0$

$-3a = b$

$c + a - 3a + c = 0$

$2c = 2a \Rightarrow a = c = f(0)$

$\Downarrow$

$f(x) = ax^2 - 3ax + a$

$f(x) = 2022 \Rightarrow ax^2 - 3ax + a - 2022 = 0$

По т-ме Виета

$x_1 + x_2 = -b = 3a = 3 \cdot f(0)$

Ответ: ~~3a~~ $3f(0)$.

Место для скобы

Шифр

(4) $\sqrt[2020]{\frac{2019}{2020}} + \sqrt[2020]{\frac{2020}{2017}} > 2.$

Т.к. $\frac{2019}{2020} > 0 \Rightarrow \sqrt[2020]{\frac{2019}{2020}} > 0$

и $\frac{2020}{2017} > 0 \Rightarrow \sqrt[2020]{\frac{2020}{2017}} > 0$, то можно применить неравенство Коши.

какое?

$$\sqrt[2020]{\frac{2019}{2020}} + \sqrt[2020]{\frac{2020}{2017}} \geq 2 \cdot \sqrt[4040]{\frac{2019}{2020} \cdot \frac{2020}{2017}}$$

$$\sqrt[2020]{\frac{2019}{2020}} + \sqrt[2020]{\frac{2020}{2017}} \geq 2 \cdot \sqrt[4040]{\frac{2019}{2017}}.$$

$$\frac{2019}{2017} > 1 \Rightarrow \sqrt[4040]{\frac{2019}{2017}} > 1 \Rightarrow 2 \cdot \sqrt[4040]{\frac{2019}{2017}} > 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt[2020]{\frac{2019}{2020}} + \sqrt[2020]{\frac{2020}{2017}} > 2$$