Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

03954

Шифр

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	2
3.	Класс	11
4.	Фамилия	ГОЛЯШОВ
	Имя	АНТОН
	Отчество	АНДРЕЕВИЧ
5.	Дата рождения	15 (Число) 05 (Месяц) 2004 (Год)
6.	Страна	Россия (Российская Федерация)
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Калининградская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	г. Калининград
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	МАОУ гимназия № 1 города Калининград

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись АГ

Место для скобы

Шифр 03954

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
21		Емельянова	Ем

1	2	3	4	5	Σ
–	1	7	7	6	21

№5

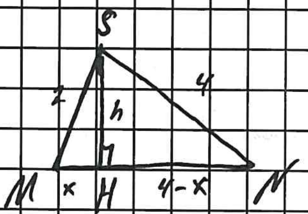
$= 4S_{MKO}$, $O = KN \cap ML$

$$V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot H$$

$$S_{осн} = 4\left(\frac{1}{2} 4 \cdot \sin\frac{60}{2} \cdot 4 \cdot \cos\frac{60}{2}\right) = 8\sqrt{3} = const$$

~~[illegible]~~ V зависит от H – высоты пирамиды

∡ △ NMS



проведём в-ту SH

найдём $h = SH$ и $x = MH$

для этого запишем теорему Пифагора для △MSH и △SHN

$$\begin{cases} h^2 + x^2 = 4 \\ h^2 + (4-x)^2 = 16 \end{cases} \quad \begin{cases} h^2 + x^2 = 4 \\ h^2 + x^2 = 8x \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ h = \frac{\sqrt{15}}{2} \end{cases}$$

Пусть S' – проекция S на KLM.

$SS' = H = SH \cdot \sin\angle$, $\angle = (SH \hat{} HS')$, т.к △SHS' – прямоуг. $HS'S = 90°$

также заметим, что ∠ – угол между плоскостями SMN и MNK, т.к. $SH \perp MN$ и $S'H \perp MN$ по теореме о 3-х перпендикулярах

по построению

№542

т.е. при $\sin\gamma = 1$

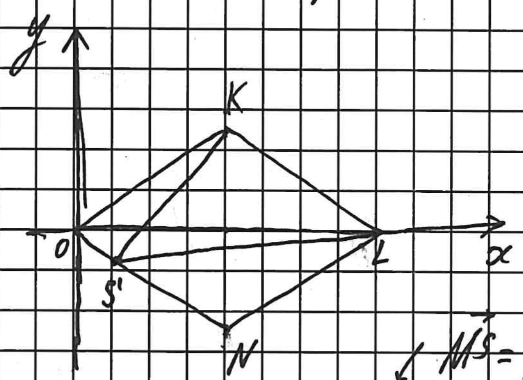
Высота H ~~на~~ принимает наибольшее значение при $\gamma = 90°$, т.е.

$H_{(точка)} = S'$ и $SMN \perp MNK$ $(h = H)$

$H_{(в\text{-}на)} = SS' = SH = \frac{\sqrt{15}}{2}$

$V = 8\sqrt{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{15}}{2} = 4\sqrt{5}$ +

Осталось найти при каких SK и SL $\gamma = 90°$



$\vec{MS} = \vec{MS'} + \vec{S'S}$, $\vec{MS'} = \frac{1}{4}\vec{MN}$

$S = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; \frac{\sqrt{15}}{2}\right)$ $L = (4\sqrt{3}; 0; 0)$ $K = (2\sqrt{3}; 2; 0)$

$|\vec{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

$SK = \frac{1}{2}\sqrt{51}$

$SL = \frac{1}{2}\sqrt{163}$

Место для скобы

Шифр 03954

$$\prod_{x=1}^{2022}\left(1-\frac{2}{p(x)}\right)=\prod_{x=1}^{2022}\left(\frac{p(x)-2}{p(x)}\right)=\prod_{x=1}^{2022}\left(\frac{x^2+3x}{x^2+3x+2}\right)=\prod_{x=1}^{2022}\left(\frac{x(x+3)}{(x+1)(x+2)}\right)$$

№3

Для удобства введём функцию $f(n)=\prod_{x=1}^{2022}(x+n)$

$f(0)=2022!$ (определение факториала)

$f(n)=\frac{(2022+n)!}{n!}$ (мы "сдвигаем" произведение на n)

Вспомним, что $\prod_{x=a}^{b}(f(x)\cdot g(x))=\prod_{x=a}^{b}f(x)\cdot\prod_{x=a}^{b}g(x)$

Ну и тогда $\prod_{x=1}^{2022}\left(1-\frac{2}{p(x)}\right)=\frac{f(0)\cdot f(3)}{f(1)\cdot f(2)}=$ ~~2022!·2025!~~ $=$

$$=\frac{2022!\cdot\frac{2025!}{6}}{2023!\cdot\frac{2024!}{2}}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2023}\cdot 2025=\cancel{\frac{675}{2023}}=$$

$$=\frac{675}{2023}$$

Место для скобы

Шифр 03954

№4

$$\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ac}=\frac{a+b+c}{abc}$$

пусть $f(x)=x^3-2020x^2+1010$

пусть X - множество корней $f(x)$

- $a, b, c \in X$, т.к. по условию $f(a)=f(b)=f(c)=0$
- $|X|\leq 3$, т.к. $f(x)=0$ — ур-е 3-й степени
- по условию a, b, c попарно различны

Из этого $\{a, b, c\}=X$

Тогда по теореме Виета применительно к $f(x)=0$, $abc=-1010$, $a+b+c=-(-2020)$

Ну и $\frac{a+b+c}{abc}=-\frac{2020}{1010}=-2$

Место для скобы

Шифр 3954

$2 + \cos^2 x + \cos^4 x + \cos 2x + \sin 3x \cdot \sin 7x + \sin^2 7x =$

$= (\sin 3x + \sin 7x)^2 + \cancel{\sin}\ \cos^2 3x + 1 + 2\cos^2 x - \sin^2 x + \cos^4 x - 6\sin^2 x \cos^2 x +$

$+ \sin^4 x$