ткрытая региональная межвузовская олимпиада «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

заключительного этапа

06894

Шифр

ет	Математика
нт	1
	9
ия	Г О Х А Р Н Е Ж А Д
	К У Р О Ш
во	Ш А Х А Б О В И Ч
ождения	06 (Число) 01 (Месяц) 2007 (Год)
	Кыргызская Республика
(пр: Томская обл., нградская область)	Чуйская область
иципального образования *деревня, село, город)*	город
нный пункт *(пр: Томск, во, Псков)*	Бишкек
наименование зательного учреждения, ом Вы обучаетесь в время	Учебный комплекс авторской физико-математической школы лицей № 61

сие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail ультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

Шифр 06894

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
19		Емельянова	Емел

Задание 1

1	2	3	4	5	Σ
2	1	2	7	7	19

$2y^2 - xy - x^2 + 2y + 7x - 84 = 0$

$2y + (2-x)y - x^2 + 7x - 84 = 0$

$D = (2-x)^2 - 4(-x^2 + 7x - 84) = 4 - 4x + x^2 + 4x^2 - 28x + 336 = 5x^2 + 32x + 336 + 4 = 5x^2 - 32x + 340$

Я считаю, что данное задание нельзя решить. Так как, $5x^2 - 32x + 340 \geq 0$, это квадратное уравнение нельзя решить, так как, его дискриминант меньше 0. $D = 32^2 - 340 \cdot 4 \cdot 5$, $D = 1024 - 6800$. Данная ошибка препядствует вычислению коэффициентов для ур-ия $2y + (2-x)y - x^2 + 7x - 84 = 0$ и препядствует вычислению значения x.

Задание 2

Дано: $x_n = 1 + 2^n + 3^n + 4^n + 5^n$

Возможно ли найти в этой послед-ти пять идущих подряд членов, каждый из которых будет делиться на 2025

Объяснение

Единица - не может делиться на 2025. 3^n - также не может делиться на 2025, т.к. среди степеней тройки нет чисел кратных (3^n) 2025. Доказав, даже, что единица не может делиться на 2025, мы можем дать ответ - нет.

Ответ: нет.

Задание 4

Дано: $x^2 + p_1x + 1$; $x^2 + p_2x + 1$; x_1; x_2; x_3; x_4

Доказать, что $(x_1 - x_3)(x_2 - x_3)(x_1 + x_4)(x_2 + x_4) = p_2^2 - p_1^2$

Доказательство

Распишем x_1 и x_2 для $x^2 + p_1x + 1$, x_3 и x_4 для $x^2 + p_2x + 1$:

скобы

Шифр 06894

$x_1 = -p_1 + \sqrt{p_1^2-4}$, $x_2 = -p_1 - \sqrt{p_1^2-4}$, $x_3 = -p_2 + \sqrt{p_2^2-4}$, $x_4 = -p_2 - \sqrt{p_2^2-4}$, расчитаем $(x_1-x_3)(x_2-x_3)\cdot$
$\cdot(x_1+x_4)(x_2+x_4)$, зная x_1, x_2, x_3, x_4

$(x_1-x_3)(x_2-x_3)(x_1+x_4)(x_2+x_4) = (-p_1+\sqrt{p_1^2-4}+p_2-\sqrt{p_2^2-4})(-p_1-\sqrt{p_1^2-4}+p_2-\sqrt{p_2^2-4})((-p_1+\sqrt{p_1^2-4})+(-p\sqrt{p_2^2-4}))\cdot$
$\cdot((-p_1-\sqrt{p_1^2-4})+(-p_2-\sqrt{p_2^2-4})) = (p_1^2-p_1^2+4+(p_2-\sqrt{p_2^2-4})^2)(p_1^2-p_1^2+4)(x_1x_2-x_2x_3-x_1x_3+x_3^2)\cdot$
$\cdot(x_1x_2+x_2x_4+x_1x_4+x_4^2) = (x_1x_2)^2 + x_1x_4x_2^2 + x_2x_4x_1^2 + x_1x_2x_4^2 - x_1x_3x_2^2 - x_3x_4x_2^2 - x_1x_2x_3x_4 - x_2x_3x_4^2 -$
$x_2x_3x_1^2 - x_2x_1x_3x_4 - x_3x_4x_1^2 + x_1x_3x_4^2 + x_1x_2x_3^2 + x_2x_4x_3^2 + x_1x_4x_3^2 + (x_3x_4)^2 = 16 + 4x_4x_2 + 4x_4x_1 + 4x_4^2 -$
$-4x_3x_2 - 4x_2^2 - 32 - 4x_2x_4 - 4x_3x_1 - 4x_1^2 + 4x_1x_4 + 4x_3^2 + 4x_2x_3 + 4x_1x_2 + 16 = 8x_1x_4 + 4x_4^2 + 4x_3^2 - 4x_3x_1$
$-4x_1^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_3 = -4p\sqrt{p_1^2-4} - 2p_2^2 - 8 - 2p_2^2 + 2p_2^2 + 8 + 2p_1^2 = -2p_2^2 + 4p^2 - 3p_1^2 + 3p_2^2 = p_2^2 - p_1^2$ ▶

Задание 3

Доказать, что $(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}) \geq 3(a+b+c)$

◀ ~~По т. Коши:~~ $\frac{a+b+c}{3} \leq \sqrt[3]{abc}$, $\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{ab}$, $\frac{b+c}{2} \leq \sqrt{bc}$, $\frac{a+c}{2} \leq \sqrt{ac}$

$a+b+c+a+b+b+c+a+c \leq 3\sqrt[3]{abc} + 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{bc} + 2\sqrt{ac}$

$3(a+b+c) \leq 3\sqrt[3]{abc} + 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{bc} + 2\sqrt{ac}$

$a+b+b+c+a+c \leq 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{bc} + 2\sqrt{ac}$

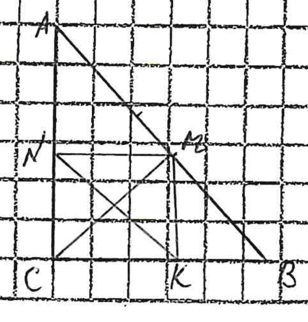
$(a+b+c) \leq (\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})^2$

Я считаю, что в данном задании коэффициент 3 был написан ошибочно. Т.к с помощью уравнения (неравенства) Коши можно доказать только $(a+b+c) \leq (\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})^2$

Задание 5

Дано: $\triangle ABC$ - прям. тр., т. $M \in [AB]$, $[MK]$ - биссектр. $\angle BMC$, $[MN]$ - биссектр $\angle AMC$, $|CM| = |KM|$

Доказать, что M - середина гипотенузы $[AB]$



Д-во

$\triangle CNM$ и $\triangle CMK$ - равновеликие $[CM]$ - общ., р/м чет-к $NMCK$ ($\angle C = 90$,

обосновать не до конца

$|NC| = |KM|$, сл-но $NMCK$ - квадрат Т.к $\angle CMK = \frac{1}{2}\angle CMB = 45^0$, то

$\angle CMB = \angle AMC = 90^0$, $[NK]$ и $[CM]$ - взаимно перпенд.

Место для скобы

Шифр 06894

$\angle MBK = 45$, т.к. $\angle MKB = 90$, $\angle KMB = \frac{1}{2}\angle CMB = 45^0$. Сл-но $\angle A$ тоже 45^0. $\triangle CNK \sim \triangle ACB$ ($\angle C$ - общ., $\angle NKC = \angle ABC = 45^0$) $[CM]$ - высота провед. в равноб. прямоуг. $\triangle ABC$, сл-но $[CM]$ - делит $|AB|$ в соотношении $|AM| : |MB| = 1 : 1$, то есть пополам.