07441

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

мет	математика
ант	1.
с	10 „и"
илия	ГЕРМАНОВ
	РОМАН
ство	АНДРЕЕВИЧ
рождения	07 (Число) 07 (Месяц) 2006 (Год)
на	РФ
он *(пр: Томская обл., инградская область)*	Новосибирская область
униципального образования *т, деревня, село, город)*	Город
ленный пункт *(пр: Томск, рово, Псков)*	КАРАСУК
ое наименование овательного учреждения, ором Вы обучаетесь в е время	МБОУ технический лицей № 176 Карасукского района, Новосибирской области

асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

1	2	3	4	5
7	0	5	5	0

Шифр 07441

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
17б	30.03.23	Гедрина	[signature]

3.

$$\frac{a+b-c}{2c}+\frac{b+c-a}{2a}+\frac{a+c-b}{2b}\geq\frac{3}{2}$$

$$\frac{a+b-c}{2c}+\frac{b+c-a}{2a}+\frac{a+c-b}{2b}=\frac{1}{2}\left(\frac{a+b-c}{c}+\frac{b+c-a}{a}+\frac{a+c-b}{b}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{a}{c}+\frac{b}{c}-1+\frac{b}{a}+\frac{c}{a}-1+\frac{a}{b}+\frac{c}{b}-1\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}+\frac{b}{c}+\frac{c}{b}+\frac{a}{b}+\frac{b}{a}-3\right)$$

$$\frac{1}{2}\left(\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)+\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)-3\right)\geq\frac{1}{2}(2+2+2-3)$$, т.к. $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$

?

3 б

$$\frac{1}{2}\left(\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)+\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)-3\right)\geq\frac{3}{2}$$

ч.т.д.

4.

$$x_1^4+x_2^4=(x_1^2+x_2^2)^2-2(x_1\cdot x_2)^2=((x_1+x_2)^2-2x_1\cdot x_2)^2-2(x_1\cdot x_2)^2$$

Пусть $x_1\cdot x_2=c$; $c=-\frac{1}{2p^2}$

$x_1+x_2=-b$; $b=p$

$$((-b)^2-2c)^2-2(c)^2=(b^2-2c)^2-2c^2=\left(p^2+\frac{1}{p^2}\right)^2-2\left(-\frac{1}{2p^2}\right)^2=$$

$$=p^4+\frac{1}{p^4}+2-\frac{1}{2p^4}=p^4+\frac{1}{2p^4}+2$$

5 б

$$p^4+\frac{1}{2p^4}+2\geq 2+\sqrt{2}$$

Не совсем полно

$$p^4+\frac{1}{2p^4}\geq\sqrt{2}$$

скобы

Шифр 07441

По неравенству Коши:

$$\frac{p^4+\frac{1}{2p^4}}{2} \geq \sqrt{p^4\cdot\frac{1}{2p^4}};\quad p^4+\frac{1}{2p^4}\geq 2\sqrt{\frac{1}{2}};\quad p^4+\frac{1}{2p^4}\geq\frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$p^4+\frac{1}{2p^4}\geq\sqrt{2}$$

ч.т.д.

1

$y^2(y-x+2)-y(x+4)+5x+7=0$

$y^3-y^2x+2y^2-yx-4y+5x+7=0$

$y^3+2y^2-4y+7=y^2x+yx-5x$

$y^3+2y^2-4y+7=x(y^2+y-5)$

$x=\frac{y^3+2y^2-4y+7}{y^2+y-5}$

$$\begin{array}{r|l} y^3+2y^2-4y+7 & y^2+y-5 \\ \hline -(y^3+y^2-5y) & y+1 \\ y^2+y+7 & \\ -(y^2+y-5) & \\ 12 & \end{array}$$

$x=(y+1)+\frac{12}{y^2+y-5}$

Пусть $y^2+y-5=a$; Тогда $a=\pm1;\pm2;\pm3;\pm4;\pm6;\pm12$

$y^2+y-(5+a)=0$

$D=1+4(5+a)=21+4a$

При $a=1$; $D=25$

$y_1=\frac{-1-5}{2}=-3$; $x_1=\frac{-27+18+12+7}{9-3-5}=10$

$y_2=\frac{-1+5}{2}=2$; $x_2=\frac{8+8-8+7}{4+2-5}=15$

При $a=-3$; $D=9$

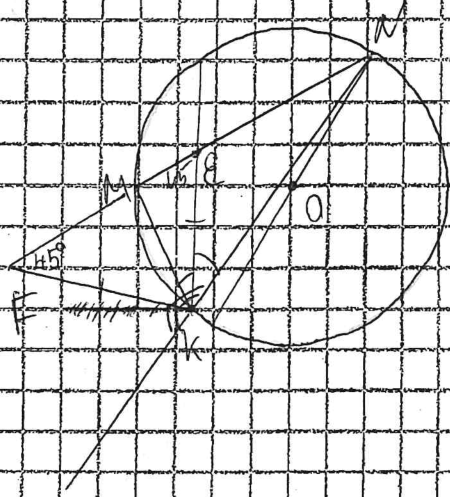
$y_3=\frac{-1-3}{2}=-2$; $x_3=\frac{-8+8+8+7}{4-2-5}=-5$

$y_4=\frac{-1+3}{2}=1$; $x_4=\frac{1+2-4+7}{1+1-5}=-2$

При остальных a – $\sqrt{D}$ – нецелые

Ответ: $(10; -3); (15; 2); (-5; -2); (-2; 1)$

5.



Дано: $\triangle MNK$

Окр, центр в т. O

$KE = KF$; бис. $KF \cap MN$;

бис. $KE \cap MN$

Док-ть: $MK^2 + NK^2 = 4R^2$

Решение: