

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
215	3.04.21	Тендрин А.О.	

N1

Вычислить

$$\frac{2(a^4b + ab^4)}{a^2 - ab + b^2} - \frac{(b^4 - a^4)(b+a)}{a^2 - b^2}$$

при $a = -1,4 \dots 44$
2021

$b = -1,5 \dots 55,6$
2020

Решение: представим число $a = -1,4 \dots 44$
в виде числа $a = -1,4 \dots 44,4$
2020

Упростим выражение:

$$\begin{aligned} & \frac{2(a^4b + ab^4)}{a^2 - ab + b^2} - \frac{(b^4 - a^4)(b+a)}{a^2 - b^2} = \frac{2ab(a^3 + b^3)}{a^2 - ab + b^2} - \frac{(b^2 - a^2)(b^2 + a^2)(b+a)}{a^2 - b^2} = \\ & = \frac{2ab(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{a^2 - ab + b^2} + \frac{(b^2 - a^2)(b^2 + a^2)(b+a)}{b^2 - a^2} = \\ & = 2ab(a+b) + (b^2 + a^2)(b+a) = (a+b)(2ab + b^2 + a^2) = \\ & = (a+b)(a^2 + 2ab + b^2) = (a+b)(a+b)^2 = (a+b)^3 \end{aligned}$$

подставим значения:

$$\left(-1,4 \dots 44,4 + (-1,5 \dots 55,6) \right) = (-3)^3 = -27$$

75

Ответ: -27



1	2	3	4	5
7	0	7	7	0

№3

Решение: $y = x^2 + ax + b$ и $y = x^2 + cx + d$

$(1; 1)$ - общая точка. Возможно ли

$$a^{2021} + d^{2020} > c^{2020} - b^{2021}$$

Подставим значения $x = 1$ и $y = 1$

получим: $1 = 1^2 + a + b$

и

$1 = 1^2 + c + d$

$a + b = 0$

$c + d = 0$

$b = -a \quad (1)$

$d = -c \quad (2)$

Воспользуемся (1) и (2)

$a + d = a + (-c) = a - c$

$c - b = c - (-a) = c + a$

тогда $a + d = c - b$; это противоречит

условию $a + d > c - b$

70

Ответ: нет, не возможно.

✓

№4

Решение: Воспользуемся $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

$a^4 + b^4 + c^4 \geq a^2 b^2 + b^2 c^2 + c^2 a^2$

$(a^2)^2 + (b^2)^2 + (c^2)^2 \geq a^2 b^2 + b^2 c^2 + c^2 a^2$

$a^4 + b^4 + c^4 \geq (ab)^2 + (bc)^2 + (ca)^2$

$(ab)^2 + (bc)^2 + (ca)^2 \geq (ab)(bc) + (bc)(ca) + (ca)(ab)$

$a^4 + b^4 + c^4 \geq ab^2c + abc^2 + a^2bc$

$a^4 + b^4 + c^4 \geq a^2bc + b^2ac + c^2ab$

70

з.т.г.

✓