Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

004283

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	математика
2.	Вариант	2
3.	Класс	10
4.	Фамилия	ФИЛИППОВ
	Имя	НЮРГУН
	Отчество	НИКОЛАЕВИЧ
5.	Дата рождения	Число: 15; Месяц: 09; Год: 2004
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	РС(Я)
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт. деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Якутск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	ГБНОУ РС(Я) РЛИ

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ______

место для скобы

Шифр | 004283

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
31 б	5.04.21	Гендрина И.Ю.	

№1

Просуммируем 1 и 3 числа: $(\sqrt{x^2+2020}-x)+(2x-\sqrt{x^2+2020})=x$

Т.к. 1 и 3 числа являются целыми, то x тоже целое. (Сперва предположим, что все числа целые)

~~А так как 2-ое число тоже целое, то~~ $\cancel{\sqrt{x^2+2}}$ ~~и~~ $\cancel{\sqrt{x^2+2020}}$ ~~тоже~~

Если x целое, то $\sqrt{x^2+2020}$ тоже целое (это следует из 1 или 3 числа)

А так как 2-ое число тоже целое, то $\sqrt{x^2+2}$ тоже целое.

$x^2+2=a^2 \quad x\in Z \quad a\in Z$

$a^2-x^2=2$

$(a-x)(a+x)=2 \iff \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a-x=1\\a+x=2\end{cases}\\ \begin{cases}a-x=2\\a+x=1\end{cases}\end{array}\right.$, т.к. a и x целые

7 б

1	2	3	4	5
7	3	7	7	7

$(a-x)+(a+x)=3$

$2a=3$

$a=1{,}5 \Rightarrow$ решений нет, т.к. по нашему предположению a целое.

Ответ: такого x не существует

№2

$$\begin{cases}5xy+yz+2xz=-x\\14xy+3yz+5xz=-4x\\2xy+0yz+xz=4x\end{cases}$$

перепишем коэффициенты и получим матрицу, после чего выполним следующие элементарные преобразования.

$$\left(\begin{array}{ccc|c}5&1&2&-1\\14&3&5&-4\\2&0&1&4\end{array}\right)\overset{(2)-3\cdot(1)}{=}\left(\begin{array}{ccc|c}5&1&2&-1\\-1&0&-1&-1\\2&0&1&4\end{array}\right)\overset{(3)+(2)}{=}\left(\begin{array}{ccc|c}5&1&2&-1\\1&0&0&3\\2&0&1&4\end{array}\right)\overset{(1)-2\cdot(3)}{=}\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&0&-9\\1&0&0&3\\2&0&1&4\end{array}\right)\underset{(3)-2\cdot(2)}{\overset{(1)-(2)}{=}}\left(\begin{array}{ccc|c}0&1&0&-12\\1&0&0&3\\0&0&1&-2\end{array}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases}yz=-12x\\xy=3x\\xz=-2x\end{cases}\iff\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\y=3\\z=-2\end{cases}$$

3 б

не все решения найдены

Ответ: $x=\frac{1}{2}\quad y=3\quad z=-2$

№3

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$f(0) + f(1) = a\cdot 0^2 + b\cdot 0 + c + a\cdot 1^2 + b\cdot 1 + c = a + b + 2c = 0$ (I)

$f(2) + f(3) = a\cdot 2^2 + b\cdot 2 + c + a\cdot 3^2 + b\cdot 3 + c = 13a + 5b + 2c = 0$ (II)

$(II) - (I) = 13a + 5b + 2c - a - b - 2c = 12a + 4b = 0$

$3a + b = 0$ (III)

7 б

$f(x) = 2020 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c = 2020$

$ax^2 + bx + (c - 2020) = 0$

По теореме Виета $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

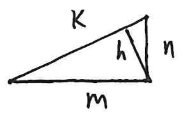
Из уравнения (III) получаем $-\frac{b}{a} = 3$

Ответ: 3

№5

Предположим, что возможно

$k + h < m + n$



По неравенству в треугольнике: $k < m + n$

7 б

$$\begin{array}{r} k + h < m + n \\ - \quad k < m + n \\ \hline h < 0 \end{array}$$

$\Rightarrow$ невозможно, т.к. длина не может быть отрицательной

Ответ: нет

№4

Пусть $a = \sqrt[2020]{2020 \cdot 2021^{-1}}$, $b = \sqrt[2020]{2021 \cdot 2019^{-1}}$

7 б

$a \cdot b = \sqrt[2020]{2020 \cdot 2019^{-1}} > 1$

~~Пусть существует прямоугольник с площадью ab, минимальный периметр квадрата т.к. ab... То есть минимальный периметр...~~

$a > 0$, $b > 0$, тогд справедливо неравенство $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \Rightarrow a + b \geq 2\cdot\sqrt{ab}$

А по сказанному выше $a \cdot b > 1$, то $2\sqrt{ab} > 2$. Значит $a + b > 2$