

07842

ОКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»  
 ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ  
 заключительного этапа

Шифр

ет	МАТЕМАТИКА																			
т	1																			
ия	8																			
ия	Ф	Е	Л	О	С	О	В	А												
во	А	Н	Н	А																
ождения	1 9			0 7			2 0 0 8													
	Число			Месяц			Год													
	РОССИЯ																			
(пр: Томская обл., инградская область)	КЕМЕРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ																			
иципального образования (деревня, село, город)	ГОРОГЧ																			
нный пункт (пр: Томск, во, Псков)	ПРОКОПЬЕВСК																			
наименование зательного учреждения, ом Вы обучаетесь в время	МБОУ „ШКОЛА №32”																			

сие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail  
 ультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись

edM

## Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
25		Емелин	Емелин

$$1) \quad 2y^2 - 2xy + x + 9y - 2 = 0$$

$$x - 2xy = 2 - 2y^2 - 9y$$

$$x/1 - 2y = 2 - 2y^2 - 9y$$

$$x = \frac{2 - 2y^2 - 9y}{1 - 2y}$$

$$x = \frac{2y^2 + 9y - 2}{1 - 2y}$$

$$x = \frac{2y^2 - y + 10y - 5 + 3}{2y - 1} = \frac{y(2y - 1) + 5(2y - 1) + 3}{2y - 1} =$$

$$= y + 5 + \frac{3}{2y - 1}$$

Поскольку  $x$  и  $y$  должны быть целыми, то  $\frac{3}{2y-1}$  также должно быть целым, следовательно  $2y-1$  может равняться  $\pm 3$ ;  $\pm 1$ .

$$2y - 1 = 3$$

$$2y = 4$$

$$y = 2$$

$$2y - 1 = -3$$

$$2y = -2$$

$$y = -1$$

$$2y - 1 = 1$$

$$2y = 2$$

$$y = 1$$

$$2y - 1 = -1$$

$$2y = 0$$

$$y = 0$$

Ответ:  $2, -1, 1, 0$

а x ?

проверка ?

1	2	3	4	5	$\Sigma$
3	7	7	7	1	25

2) Пусть шоколадки -  $x$   
 вафельки -  $y$   
 ваши печенье -  $z$

Моя Ваня купил  $3x$  шоколадок,  $4y$  - вафельки,  
 $5z$  - ваши печенье и Мама купила  $9x$  - шоколадок,  
 $y$  - вафельки,  $4z$  - ваши печенье

можно записать следующее уравнение

Ваня -  $3x + 4y + 5z = 11$ . можно для Мама -  $9x + y + 4z$  можно  
 делить на 11, чтобы доказать, что Мама тоже  
 может расплатиться 11 рублями и чтобы это доказать  
 будем отнимать  $3x + 4y + 5z$  (Ваня купил) от  $9x + y + 4z$  (Ма-  
 ма купила), и если получится остаток, то  $9x + y + 4z$  будет  
 делиться на 11, так как  $3x + 4y + 5z = 11$ .

$$\begin{array}{r} 9x + y + 4z \\ 3x + 4y + 5z \\ 6x - 3y - z \end{array} \quad \begin{array}{r} 6x - 3y + z \\ 3x + 4y + 5z \\ 3x - 7y - 6z \end{array} \quad \begin{array}{r} 3x - 7y - 6z \\ 3x + 4y + 5z \\ -11y - 11z \end{array}$$

$$-11y - 11z = -11(y + z) \Rightarrow \text{делится на 11.}$$

Получается, что  $9x + y + 4z = 11$ , а значит Мама сможет  
 расплатиться 11 рублями.

Ответ: да, сможет.

4) Чтобы не было корней дискриминант должен быть меньше нуля.

$$x^2 - 2px + pq = 0$$

$$D = 4p^2 - 4pq$$

Предположим, что  $D < 0$ , тогда  $4pq > 4p^2 \Rightarrow$

$$4pq > 4p \cdot p \Rightarrow q > p$$

$$x^2 - 2qx + pq = 0$$

$D = 4q^2 - 4pq$  Предположим, что  $D < 0$ , тогда  $4pq > 4q^2$

$$\Rightarrow 4pq > 4q \cdot q \Rightarrow p > q$$

При предположении, что в двух уравнениях нет корней получаемся  $q > p$  и  $p > q$ , такого быть не может, следовательно предположи к противоположно и получаемся, что в одном уравнении при любых  $p$  и  $q$  всегда корень

Ответ верно

$$3) \frac{a \cdot c^2 + b}{c} \geq 2\sqrt{a \cdot b}$$

$$(a \cdot c^2 + b)^2 \geq (2c\sqrt{a \cdot b})^2$$

$$a^2 c^4 + 2c^2 ab + b^2 \geq 4c^2 ab$$

$$a^2 c^4 + 2c^2 ab + b^2 - 4c^2 ab \geq 0$$

$$a^2 c^4 - 2c^2 ab + b^2 \geq 0$$

$$(ac^2 - b)^2 \geq 0$$

Степень четная, следовательно не может получиться отрицательное число, значит число  $(ac^2 - b)^2$  будет больше или

## Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри

равняется нулю.

Ответ:  $90^\circ$ .

5) Дано:

$\triangle ABC$  - равнобедрен

$AB$  - основание

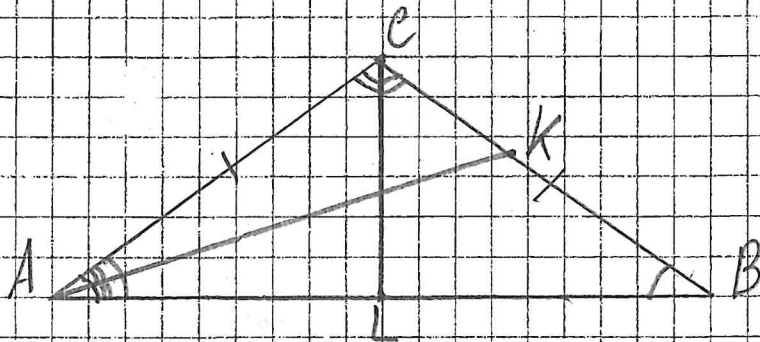
$CL$  - биссектриса

$AK$  - биссектриса

$$AK = 2CL$$

Найти:

$$\angle ACB = ?$$



1)  $CL$  - является медианой и высотой (так как биссектриса в равнобедренном треугольнике является медианой и высотой)

2) Угол лежащий напротив  $CL$  в 2 раза меньше угла лежащего напротив  $AK$

$$\text{Пусть } \angle CAB = x$$

тогда  $\angle CBA = x$  (т.к. углы в равнобедренном  $\triangle$  равны)

тогда  $\angle ACB = 2x$  (т.к. в 2 раза больше угла  $CAB$ )

Сумма углов в  $\triangle$  равна  $180^\circ$ , тогда получим уравнение

$$x + x + 2x = 180$$

$$4x = 180$$

$$x = 45$$

$$\begin{aligned} 3) \angle ACB &= 180 - (\angle CAB + \angle CBA) = \\ &= 180 - (45 + 45) = 90^\circ \end{aligned}$$

Ответ:  $\angle ACB = 90^\circ$ .