07831

Шифр

...КРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

...ет	математика
...т	1
	9
...ия	ЕГОРОВА
	ДАРЬЯ
...во	ВЛАДИМИРОВНА
...ождения	07 (Число) 02 (Месяц) 2007 (Год)
	Россия
... (пр: Томская обл., ...нградская область)	Кемеровская область
...иципального образования ... деревня, село, город)	город
...нный пункт (пр: Томск, ...во, Псков)	Прокопьевск
... наименование ...зательного учреждения, ...ом Вы обучаетесь в ... время	МБОУ „Лицей № 57"

...сие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail ...ультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ______________

Шифр 07831

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
17		Емельянова	Ем

1 2 3 4 5 Σ
5 - 3 2 2 17

Задание № 1:

$2y^2 - xy - x^2 + 2y + 7x - 84 = 0$

$(2y^2 + 2y - 84) + (x^2 - xy + 7x) = 0$

$2y^2 + 2y - 84 = x^2 + xy - 7x -$

Решим ур-е: Пусть $2y^2 + 2y - 84 = 0$

$y^2 + y - 42 = 0$

$D = 1 + 168 = 169 = 13^2$

$y_1 = \frac{-1+13}{2} = 6$

$y_2 = \frac{-1-13}{2} = -7$

Если $y = 6$, то $2 \cdot 36 + 12 - 84 = x^2 + 6x - 7x$

$x^2 + 6x - 7x = 0$

$x^2 - x = 0$

$x(x-1) = 0$

$x = 0$ или $x = 1$

Если $y = -7$, то $2 \cdot 49 - 14 - 84 = x^2 - 7x - 7x$

$x^2 - 7x - 7x = 0$

$x^2 - 14x = 0$

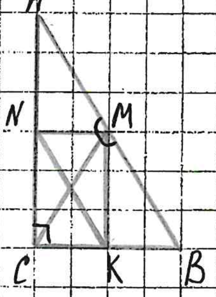
$x(x - 14) = 0$

$x = 0$ или $x = 14$

проверка ?

Ответ: $(0; 6)$ $(1; 6)$ $(0; -7)$ $(14; -7)$.

Задание № 5:



Дано:
ΔACB
$\angle C = 90°$
$M \in AB$

Доказать:
$AM = MB$

Доказательство:

по условию MK - бис-са $\angle CMB$, а MN - бис-са $\angle CMA$ и ~~MK~~ $CM = KN$. Для образовавшегося четырехугольника CNMK CM и KN - диагонали. Если в четырех-ке диагонали равны, то это четыр-к - прямоугольник. => ~~MK и MN~~ $MK \perp CB$ и $MN \perp AC$

Рассмотрим ΔCMB, т.к. MK - бис-са $\angle CMK$ и $\angle MKB = 90°$

Отсюда: $\angle MCB = \angle MBC$ => ΔCMB - р/б => $CM = MB$. Аналогично в ΔAMC, $AM = CM$. Отсюда $CM = MB = AM$ => $AM = MB$ и CM - медиана

ч.т.д

скобы

Шифр 07831

Задание № 3:

$$(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})^2 \geqslant 3(a+b+c)$$

$$(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}) \geqslant 3(a+b+c)$$

$$a+\sqrt{ab}+\sqrt{ac}+\sqrt{ab}+b+\sqrt{bc}+\sqrt{ac}+\sqrt{bc}+c \geqslant 3(a+b+c)$$

$$(a+b+c)+(2\sqrt{ab}+2\sqrt{bc}+2\sqrt{ac}) \geqslant 3(a+b+c)$$

$$2(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ac}) \geqslant 3a+3b+3c-a-b-c$$

$$2(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ac}) \geqslant 2(a+b+c)$$

$$\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ac} \geqslant \frac{2(a+b+c)}{2}$$

$$\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ac} \geqslant a+b+c$$

~~Пусть $a=x$, $b=x+1$, $c=x-1$. Тогда: $\sqrt{x(x+1)}+\sqrt{(x+1)(x-1)}+\sqrt{x(x-1)} \geqslant x+x+1+x-1$; $\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2-1}+\sqrt{x^2-x} \geqslant 3x$~~

Пусть: $a=1$, $b=4$, $c=16$. Тогда: $\sqrt{1\cdot 4}+\sqrt{4\cdot 16}+\sqrt{1\cdot 16} \geqslant 1+4+16$

$$\sqrt{4}+\sqrt{64}+\sqrt{16} \geqslant 21$$

$$2+8+4 \geqslant 21$$

$$14 \geqslant 21$$

Аналогично и с другими парами чисел $\Rightarrow$ неравенство неверное

Задание № 4:

$x^2+p_1x+1=0$

$D=p_1^2+4$

$x_1=\frac{-p_1+\sqrt{p_1^2+4}}{2}$

$x_2=\frac{-p_1-\sqrt{p_1^2+4}}{2}$

$x^2+p_2x+1=0$

$D=p_2^2+4$

$x_3=\frac{-p_2+\sqrt{p_2^2+4}}{2}$

$x_4=\frac{-p_2-\sqrt{p_2^2+4}}{2}$

$$(x_1-x_3)(x_2-x_3)(x_1+x_4)(x_2+x_4)=p_2^2-p_1^2$$

$$\left(\frac{-p_1+\sqrt{p_1^2+4}}{2}-\frac{-p_2-\sqrt{p_2^2+4}}{2}\right)\left(\frac{-p_1-\sqrt{p_1^2+4}}{2}-\frac{-p_2+\sqrt{p_2^2+4}}{2}\right)\left(\frac{-p_1+\sqrt{p_1^2+4}}{2}+\frac{-p_2-\sqrt{p_2^2+4}}{2}\right)\left(\frac{-p_1-\sqrt{p_1^2+4}}{2}+\frac{-p_2-\sqrt{p_2^2+4}}{2}\right)=p_2^2-p_1^2$$

Преобразуем левую часть:

1) $\dfrac{-p_1-\sqrt{p_1^2+4}+p_2+\sqrt{p_2^2+4}}{2}$

2) $\dfrac{-p_1-\sqrt{p_1^2+4}+p_2-\sqrt{p_2^2+4}}{2}$

3) $\dfrac{-p_1+\sqrt{p_1^2+4}-p_2-\sqrt{p_2^2+4}}{2}$

4) $\dfrac{-p_1-\sqrt{p_1^2+4}-p_2-\sqrt{p_2^2+4}}{2}$

1 на 2) $\dfrac{\left(-p_1-\sqrt{p_1^2+4}+p_2+\sqrt{p_2^2+4}\right)\left(-p_1-\sqrt{p_1^2+4}+p_2-\sqrt{p_2^2+4}\right)}{4}=$

$= p_1^2+p_1\sqrt{p_1^2+4}-p_1p_2+\cancel{p_1\sqrt{p_2^2+4}}+p_1\sqrt{p_1^2+4}+p_1^2+4-p_2\sqrt{p_1^2+4}+$

$+\cancel{\sqrt{(p_1^2+4)(p_2^2+4)}}-p_1p_2-p_2\sqrt{p_1^2+4}+p_2^2-p_2\sqrt{p_2^2+4}-\cancel{p_1\sqrt{p_2^2+4}}$

$-\cancel{\sqrt{(p_1^2+4)(p_2^2+4)}}+p_2\sqrt{p_2^2+4}=$

Пусть $\sqrt{p_1^2+4}=x$, $\sqrt{p_2^2+4}=y$

1 на 2) $\dfrac{-p_1-x+p_2+y}{2}\cdot\dfrac{-p_1-x+p_2-y}{2}=\dfrac{(-p_1-x+p_2+y)^2}{4}$

2 на 3) $\dfrac{(-p_1-x+p_2+y)^2}{}$