Место для скобы

**ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»**
**ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ**
**заключительного этапа**

03364
**Шифр**

| | | |
|---|---|---|
| 1. | Предмет | Математика |
| 2. | Вариант | 1 |
| 3. | Класс | 9 |
| 4. | Фамилия | Е Ф А Н О В |
| | Имя | Р О М А Н |
| | Отчество | А Н А Т О Л Ь Е В И Ч |
| 5. | Дата рождения | 19 (Число) 07 (Месяц) 2006 (Год) |
| 6. | Страна | Россия |
| 7. | Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)* | Кемеровская область |
| 8. | Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)* | город |
| 9. | Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)* | Междуреченск |
| 10. | Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время | МБОУ Лицей №20 |

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

*Личная подпись* Ефанов

Шифр 03364

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|---|---|---|---|
| 24 | 28.03 | Кореневская Е.Е. | [illegible] |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 7 | 1 | 7 | 7 | 24 |

Задача №1

$(x+2019)(x+2020)+(x+2020)(x+2021)+(x+2019)(x+2021)=y^2$

$2019 \equiv 0 \pmod 3$

$2020 \equiv 1 \pmod 3$ => не смотря на то, каким будет x, одно из чисел ?

$2021 \equiv 2 \pmod 3$ $x+2019$, $x+2020$; $x+2021$ будет делится на 3, т.к x может иметь при делении на 3 остатки 0, 1, 2 =>

2 из 3 слагаемых будут делиться ? на 3, а 3-е не будет.

При прибавлении x остатки у чисел поменяются, но при этом, т.к x - одно и то же число во всех скобках, то комбинация остатков: 0, 1, 2 не исчезнет.

В 2-х ~~скобках~~ слагаемых остатки перемножатся и получится 0, но в 3-ем $1 \cdot 2 = 2$ - это будет остаток в 3 скобке слагаемом. Тогда все выражение будет всегда иметь остаток $2 \pmod 3$, но любое целое число в квадрате даёт остаток 1 или 0 =>

Отв: не существует.

Задача 2

Пусть x - цена кроссовок, тогда x+a - цена спор. костюма, x-a - цена фут.

$x-a+x+a=2x$ (футболка и костюм в сумме равны 2 парам кроссовок)

Рассмотрим, когда в один день продали и футболку и костюм, тогда:

Продолжение на стр. 2

МЕСТО скобы

Шифр 03364

$n, k$ - цена всех $x$ При этом не важно когда купили второй костюм т.к из-за

$nx = kx + a$ этого число не изменится

$a = (n-k)x$ , т.к $n$ и $k$ - целые числа, то $n-k$ будет тоже целым числом, и $a \neq 0$

Но $a < x$, при этом $n-k > 0$ и это значит что 0 также не может

быть => футболку и спортивный костюм продавали в разные дни

Проверим может ли такое быть:

$nx - a = kx + 2a$

$a = \frac{n-k}{3} x$ Такое может быть, если $n-k = 1$ или $2$, но т.к $n+k = 16$ =>

$n$ и $k$ имеют одну четность => $n-k = 2$ и тогда $n = 9$, $k = 7$

$a = \frac{2}{3}x$ => в день когда покупали футболку купили $n-1 = 8$

пар кросовок

Ответ: 8 пар кросовок и 0 спортивных костюмов.

Задача 3.

$g(2022-0) = 2022(g(2022) + g(0)) - 2021 \cdot 2022 \cdot 0$

$g(2022) = 2022\,g(2022) + 2022\,g(0)$

$2021\,g(2022) = -2022\,g(0)$

$g(0) = -\frac{2021}{2022}\,g(2022)$

$g(x-y) = g(y-x)$, т.к при этом число не меняется из-за симметрии функции

$g(0) = g(2022-2022) = 2022(g(2022 \cdot 2)) - 2021 \cdot 2022^2$

$-\frac{2021}{2022}\,g(2022) = 2022 \cdot 2\,g(2022) - 2021 \cdot 2022^2 \cdot 2022$

$2022^2 \cdot 2\,g(2022) + 2021\,g(2022) = 2021 \cdot 2022^3$

$g(2022) = \frac{2021 \cdot 2022^3}{2 \cdot 2022^2 + 2021} = 20427,125$

Ответ: $g(2022) = 2042726,125$

МЕСТО
скобы

Шифр 03364

Задача №4)

$(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)-(ax+bz)^2-(by+cx)^2-(cz-ay)^2=a^2x^2+a^2y^2+a^2z^2+$

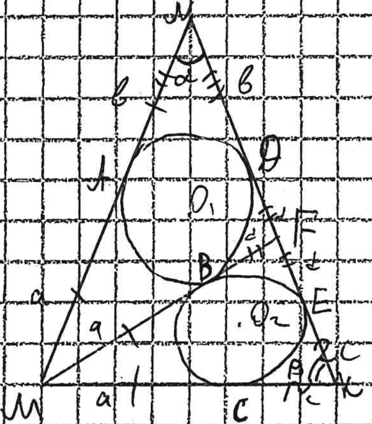
$+b^2x^2+b^2y^2+b^2z^2+c^2x^2+c^2y^2+c^2z^2-a^2x^2-2axbz-b^2z^2-b^2y^2-2bycx-$

$-c^2x^2-c^2z^2+2czay-a^2y^2=a^2z^2+b^2x^2+c^2y^2-2axbz-2bycx+2czay=$

$=(az-bx)^2+2cy(az-bx)+c^2y^2=$ ~~[illegible]~~ $(az-bx+cy)^2$ ч.т.д.

+

Задача №5)




Дано:

$MN=NK=8$

$MK=4$

$\triangle MNK$ - р/б

Найти:

$S_{MNF}$ и $S_{MKF}$ - ?

Решение:

По св-ву касательных к окружности:

$MA=MB=MC=a$

$NA=ND=b$

$FD=FB=FE=d$

$KE=KC=c$

Пусть $\angle MNK=\alpha$ $\angle MKN=\angle\beta$

$S_{MNK}=\sqrt{p(p-MN)(p-NK)(p-MK)}=\sqrt{\frac{8+8+4}{2}\left(\frac{8+8+4}{2}-8\right)\left(\frac{8+8+4}{2}-8\right)\left(\frac{8+8+4}{2}-4\right)}=\sqrt{240}=$

$4\sqrt{15}$

Продолжение на стр. 4

место скобы

Шифр 03364

$S_{MNK} = \frac{1}{2} MN \cdot NK \cdot \sin\alpha$

$\sin\alpha = \frac{2 S_{MNK}}{MN \cdot NK} = \frac{\sqrt{15}}{8}$

$S_{MNK} = \frac{1}{2} KN \cdot MK \cdot \sin\beta$

$\sin\beta = \frac{2 S_{MNK}}{KN \cdot MK} = \frac{\sqrt{15}}{4}$

3) $\left.\begin{array}{l} a+b=8 \\ a+c=4 \end{array}\right\} + \quad b+2a+c=12 \ (1)$

$b+2d+c=8 \ (2)$

(1) − (2)

$2a-2d=4$

$a-d=2$

$a=d+2$

$d+2+b=8$

$b+d=6=NF$

$d+2+c=4$

$c+d=2=KF$

) $S_{MNF} = \frac{1}{2} \cdot MN \cdot NF \cdot \sin\alpha$

$S_{MNF} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{15}}{8} = 3\sqrt{15}$

$S_{MKF} = \frac{1}{2} MK \cdot KF \cdot \sin\beta$

$S_{MKF} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} = \sqrt{15}$

Ответ: $S_{MNF} = 3\sqrt{15}$ $S_{MKF} = \sqrt{15}$