

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

019343

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	Математика																				
2.	Вариант	1																				
3.	Класс	9																				
4.	Фамилия	Д	А	Д	И	Ч	Е	Н	К	О												
	Имя	Ю	Л	И	Я																	
	Отчество	М	И	Х	А	Й	Л	О	В	Н	А											
5.	Дата рождения	0	2			0	7			2	0	0	4									
		Число		Месяц		Год																
6.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Кемеровская область																				
7.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	город Между																				
8.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Асино)	Междурегенск																				
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение - Средняя общеобразовательная школа №25																				

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись 

10.	Контактный телефон	8	9	0	6	9	7	8	1	8	7	1										
11.	e-mail	Lz16xtyrj@yandex.ru																				
12.	Профиль в вк	https://vk.com/																				
13.	Документ, удостоверяющий личность	3	2	1	8					9	3	7	0	5	2							
		серия					номер															
		ГУ МВД России по Кемеровской области кем и когда выдан 24.07.2018 кем и когда выдан																				
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (да/нет)																					
15.	Сирота (да/нет)																					
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (да/нет)																					

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
28	17.03.20	Телюженко Ц.Ю.	Ц.Ю.

11 $[x] + \{2x\} = 2,5$
 $[x] + \{2x\} = 2 + 0,5$

$[a]$ - всегда целое число, а $\{a\} \in [0; 1)$, поэтому $[x]$ может быть равно только 2, а $\{2x\} = 0,5$

$$\{2x\} = \{2([x] + \{x\})\} = \{2[x] + 2\{x\}\} = \{4 + 2\{x\}\} = 0,5$$

4 - целое число, оно не вылезет на дробную часть, поэтому:

$$\{2\{x\}\} = 0,5$$

Число x должно иметь такую дробную часть, чтобы при умножении x на 2 его дробная часть равнялась 0,5.

Это возможно в том случае, если x ~~заключается~~ имеет дробную часть равную 0,25 или 0,75.

Тогда $x_1 = 2,25$; $x_2 = 2,75$

Ответ: 2,25; 2,75

14 Рассмотрим три неравенства:

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$$

$$(\sqrt{b} - \sqrt{c})^2 \geq 0$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{c})^2 \geq 0$$

$$a+b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$b+c \geq 2\sqrt{bc}$$

$$a+c \geq 2\sqrt{ac}$$

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

$$\frac{b+c}{2} \geq \sqrt{bc}$$

$$\frac{a+c}{2} \geq \sqrt{ac}$$

Теперь сложим получившиеся

$$\frac{(a+b)c}{2} \geq c\sqrt{ab}$$

$$\frac{(b+c)a}{2} \geq a\sqrt{bc}$$

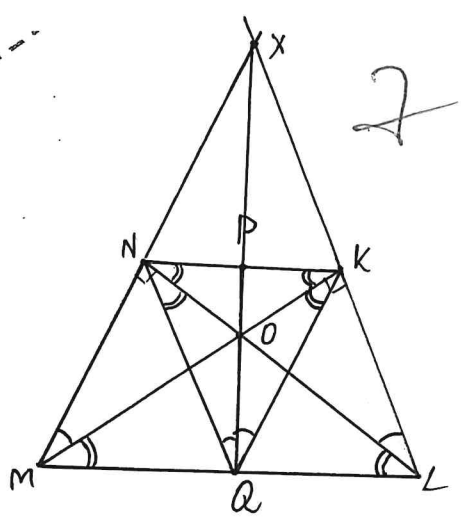
$$\frac{(a+c)b}{2} \geq b\sqrt{ac}$$

Сложим получившиеся неравенства:

$$\frac{ac+bc+ab+ac+ab+bc}{2} \geq c\sqrt{ab} + a\sqrt{bc} + b\sqrt{ac}$$

$$\frac{2(ab+bc+ac)}{2} \geq a\sqrt{bc} + b\sqrt{ac} + c\sqrt{ab}$$

$$ab+bc+ac \geq a\sqrt{bc} + b\sqrt{ac} + c\sqrt{ab}$$



Пусть $MK \cap NL = O$; P - середина NK.
~~Любая трапеция обладает таким свойством, что точка пересечения диагоналей и середины оснований трапеции лежат на одной прямой. Т.е. P, O, Q лежат на одной прямой. (в данной задаче это очевидно, т.к. такая прямая является осью симметрии трапеции)~~

Продлим MN и LK до пересечения в точке X. При этом, пользуясь тем, что в любой трапеции точка пересек. диагоналей, точка пересечения продолжений боковых сторон и середины оснований лежат на одной прямой, получаем, что X, P, O, Q лежат на одной прямой.

Т.к. MNKL - равноб., то $\triangle MXL$ тоже равнобедр. Т.к. в $\triangle MXL$ XQ медиана, то она также является высотой, т.е. $QX \perp ML$ и $QX \perp NK$ ($ML \parallel NK$).

$\angle NPQ = 90^\circ, \angle MQP = 90^\circ$

Т.к. $\angle MNO = 90^\circ$ и $\angle MQP = 90^\circ$, то MNOQ - вписанный ($\angle MNO + \angle MQP = 180^\circ$) \Rightarrow

$\angle \overset{NMO}{MNO} = \angle NQO; \angle OMQ = \angle QNO.$

Так же рассуждаем насчет четырехугольника QOKL и получаем, что

$\angle POK = \angle NLK; \angle OKQ = \overset{OLQ}{\angle OQK}$ (см. рис.)

Т.к. $\angle MNO = \angle OKL; \angle NOM = \angle KOL$ (верт. уг.), то $\angle NMO = \angle OKL$, тогда т.к. $\angle NQO = \angle NMO, \angle OQK = \angle OKL$, то $\angle NQO = \angle OQK$, т.е. QP - биссектр. и медиана $\Rightarrow \triangle QNK$ - равноб., $NQ = QK = 90^\circ - \angle NOM = 67,5^\circ$

$\angle NQK = 2\angle NQO = 2 \cdot 67,5 = 135^\circ = 90^\circ + 45^\circ$

$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$

$\cos(135^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

По теореме косинусов:

$NK^2 = NQ^2 + QK^2 - 2NQ \cdot QK \cdot \cos(\angle NQK) = 3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos 135^\circ = 9 + 9 - 2 \cdot 9 \cdot (-\frac{\sqrt{2}}{2}) = 18 + 9\sqrt{2} = 9(2 + \sqrt{2})$

$NK = \sqrt{9(2 + \sqrt{2})} = 3\sqrt{2 + \sqrt{2}}$

$\triangle NPQ$ - прямоугол., т.к. $QP \perp NK$. По теореме Пифагора:

$PQ^2 = NQ^2 - NP^2$

$NP = \frac{1}{2} NQ \cdot NK$, т.к. QP - медиана; $NP = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{2 + \sqrt{2}} = 1,5\sqrt{2 + \sqrt{2}}$

$$PQ^2 = 3^2 - (1,5\sqrt{2+\sqrt{2}})^2 = 9 - 2,25(2+\sqrt{2}) = 9 - 4,5 - 2,25\sqrt{2} = 4,5 - 2,25\sqrt{2}$$

$$PQ = \sqrt{4,5 - 2,25\sqrt{2}}$$

Т.к. $PQ \perp ML$ и $PQ \perp NK$, то PQ и есть искомая высота

О,вет: $\sqrt{4,5 - 2,25\sqrt{2}}$

12 Пусть v_n - скорость Никиты; $v_{дв}$ - скорость дедушки Ваши, x - время, за которое дедушка Вася догнал Никиту, y - время, за которое Никита обычно добирается до школы, S_1 - расстояние, которое пробежал Никита, S_2 - расстояние до школы (считая от дома)

$S_1 = v_n \cdot (1+x)$. Т.е. Никита бежал в течение часа, а потом еще время x , пока дедушка Вася его догнал

$$S_1 = v_{дв} \cdot x \quad (1)$$

Чтобы доехать до школы дедушка Вася должен проехать расстояние $S_1 + S_2$. За время x он доедет до дома и еще за y времени до школы.

Дедушка Вася выехал в 8:10 и опоздал на 20 минут. Тогда, если бы он выехал в 8, то опоздал бы на 10 минут. Это время (10 минут) он ~~потратил~~ потратил на то, чтобы догнать Никиту и вернуться обратно. Т.е. за 10 мин дедушка Вася проезжает $2S_1$, а за 5 мин S_1

$$S_1 = v_{дв} \cdot \frac{5}{60} \quad (5 \text{ мин} = \frac{5}{60} \text{ часа})$$

Сопоставляя равенство (1) с полученным получаем, что $x = \frac{5}{60}$

$$v_n \cdot (1+x) = v_{дв} \cdot x$$

$$v_n \cdot (1 + \frac{5}{60}) = v_{дв} \cdot \frac{5}{60}$$

$$v_n \cdot \frac{65}{60} = v_{дв} \cdot \frac{5}{60}$$

$$\frac{v_{дв}}{v_n} = \frac{65}{60} : \frac{5}{60} = 13$$

О,вет: в 13 раз