07445

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

Шифр

мет	Математика
ант	1
:	9 „л1"
илия	Дуплищев
	Эдуард
ство	Владимирович
рождения	10 (Число) 12 (Месяц) 2006 (Год)
на	РФ
он *(пр: Томская обл., инградская область)*	Новосибирская область
униципального образования *(т, деревня, село, город)*	город
енный пункт *(пр: Томск, рово, Псков)*	Карасук
ое наименование овательного учреждения, ором Вы обучаетесь в е время	МБОУ технический лицей №176

асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____

1/2/3/4/5
7/0/7/7/7

Шифр 07445

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
28б	30.03.23	Генурина	

1.

$2y^2 - xy - x^2 + 2y + 7x - 84 = 0$

$2y^2 - xy - x^2 = (2y + x)(y - x)$

$(2y + x)(y - x) + (2y + x) + 6x - 84 = 0$

$(2y + x)(y - x + 1) = 84 - 6x$

Если $x = 14$, то $(2y + x)(y - x + 1) = 0$

$\left[\begin{array}{l} 2y + x = 0 \\ y - x + 1 = 0 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} 2y = -14 \text{ - не подх.} \\ y = 13 \end{array}\right.$

реш-ие ур-я: $x = 14$; $y = 13$

Если $x < 14$, то $84 - 6x > 0$

$y - x + 1 > 0$

$y > x - 1$

если $x = 1$

$(2y + 1) y = 78$

$2y^2 + y - 78 = 0$

$\left[\begin{array}{l} y = 6 \\ y = -6{,}5 \text{ - н.к} \end{array}\right.$

реш-ие ур-я: $x = 1$; $y = 6$

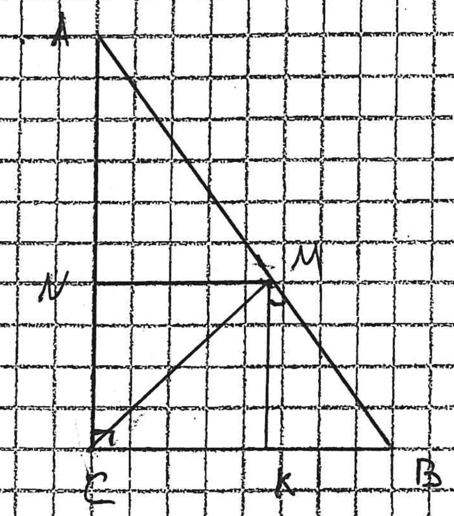
Ответ: $x_1 = 1$; $y_1 = 6$; $x_2 = 14$; $y_2 = 13$

7б

Место для скобы

Шифр 07445

5.



Дано: $\triangle ABC$; $\angle C = 90°$;
$M \in AB$; $N \ni AC$; $K \in CB$
MN - биссект. $\angle AMC$;
MK - биссект. $\angle CMB$ $CM = KN$
Д-ть: $AM = MB$

Д-во:

$\angle AMC + \angle CMB = 180° \Rightarrow \angle NMC + CMK = 90°$

$\left.\begin{array}{l}\angle NMK = 90° \\ \angle NCK = 90°\end{array}\right| \Rightarrow$ точки N, M, K лежат на окружности

NM - диаметр

т.к. $NK = CM$, CM - диаметр окружности $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CNM = \angle CKM = 90°$

MN - биссектриса, высота $\triangle AMC \Rightarrow AM = MC$

MK - биссектриса, высота $\triangle CMB \Rightarrow CM = MB$

значит $AM = MC = MB$ ч.т.д.

скобы

Шифр 07445

4.

x^2+p_1x+1 $\quad x_1; x_2$ — корни

x^2+p_2x+1 $\quad x_3; x_4$ — корни

$$\begin{cases} x_1+x_2=-p_1 \\ x_3+x_4=-p_2 \\ x_1x_2=1 \\ x_3x_4=1 \end{cases}$$

$(x_1-x_3)(x_2-x_3)(x_1+x_4)(x_2+x_4)=(x_1x_2-x_1x_3-$

$-x_2x_3+x_3^2)(x_1x_2+x_1x_4+x_2x_4+x_4^2)=$

$=(1-(x_1+x_2)x_3+x_3^2)(1+(x_1+x_2)x_4+x_4^2)=$

$=(1+p_1x_3+x_3^2)(1-p_2x_4+x_4^2)=1+p_1x_3+x_3^2+x_3^2-$

$-p_2x_4-p_1^2x_3x_4-p_1x_3^2x_4+x_4^2+p_2x_3x_4^2+x_3^2x_4^2=$

$=1+x_3^2-p_1^2+x_4^2+1=p_2^2-2+2-p_1^2=$

$=p_2^2-p_1^2$ ч.т.д.

скобы

Шифр 7445

3

$(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})^2 = 3(a+b+c)$

Н-во не выполн. ~~не~~ для всех неотрицательных a, b, c,

например: $a=1$, $b=4$, $c=9$

$(\sqrt{1}+\sqrt{4}+\sqrt{9})^2 = (1+2+3)^2 = 6^2 = 36$

~~$3(1+4+9) = 3(a+b+c)$~~

$3\cdot(1+4+9) = 3\cdot 14 = 42$

$36 < 42$

но можно д-ть, что

$(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})^2 \le 3(a+b+c)$

$a+b+c+2\sqrt{ab}+2\sqrt{bc}+2\sqrt{ac} \le 3a+3b+3c$

$2\sqrt{ab}+2\sqrt{bc}+2\sqrt{ac} \le 2a+2b+2c$

$2ab \le a+b$, т.к. $a+b-2\sqrt{ab} \ge 0$

$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \ge 0$ для всех $a, b \ge 0$

аналогично $2\sqrt{bc} \le b+c$

$2\sqrt{ac} \le a+c$

$2\sqrt{ab}+2\sqrt{bc}+2\sqrt{ac} \le a+b+b+c+a+c$

$2\sqrt{ab}+2\sqrt{bc}+2\sqrt{ac} \le 2a+2b+2c$