Место для скобы

004261

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	математика
2.	Вариант	2
3.	Класс	11
4.	Фамилия	ДРУЧУК
	Имя	ГЕОРГИЙ
	Отчество	ДМИТРИЕВИЧ
5.	Дата рождения	Число: 08 Месяц: 03 Год: 2004
6.	Страна	РФ
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Республика Саха (Якутия)
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Якутск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МОБУ „Физико-технический лицей имени В.П. Ларионова"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________________

Место для скобы

Шифр 004261

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
17 б	6.04.21	Гендрина И.Ю.	[подпись]

№1

Нет, не существует. Раз нам нужно, чтобы x удовлетворял всем выражениям, рассмотрим $x-\frac{1}{x}$. $x-\frac{1}{x}=\frac{x^2-1}{x}=\frac{(x-1)(x+1)}{x}$ $x\neq 0$. Очевидно что пары чисел $x+1$ и x, $x-1$ и x будут разной четности, то есть $x-1$ и $x+1$ будут одной четности, а x - другой. Тогда с учетом $x\neq 0$ будет всего 2 числа, удовлетворяющих $\frac{(x-1)(x+1)}{x}\in\mathbb{Z}$ это -1 и $+1$. Подставим полученные значения в первое выражение $\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2+2020}\right)$: $1-\frac{1}{2021}$ и $-1-\frac{1}{2021}$

$\notin\mathbb{Z}$ $\notin\mathbb{Z}$

7 б

Нет, не существует.

№2

$\sin x+\sin^3 x+2021\sin^5 x=\cos(2x)+\cos^3(2x)+2021\cdot\cos^5(2x)$ Пусть $\sin x=a$, $\cos 2x=b$

$a+a^3+a^5\cdot 2021=b+b^3+b^5\cdot 2021$ в силу нечетности степеней очевидно что корнем является $a=b$:

1) пусть $a=b$, тогда $a^3=b^3$

) тогда $a^5=b^5$ $|\cdot 2021$ $\Rightarrow$ все члены попарно равны, значит $a=b$ - корень.

Тогда $2021a^5=2021b^5$

6 б

Шифр. обосн.

1	2	3	4	5
7	6	4	0	0

$a=b$

$\sin x=\cos 2x$

$\sin x=1-2\sin^2 x$

$2\sin^2 x+\sin x-1=0$

По т. Виета $\left[\begin{array}{l}\sin_1 x=-1\\ \sin_2 x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=\frac{3\pi}{2}+2\pi n\\ x=\frac{\pi}{6}+2\pi m\\ x=\frac{5\pi}{6}+2\pi m\end{array}\right.$ $n,m\in\mathbb{Z}$

Ответ: $x=\frac{3\pi}{2}+2\pi n$, $x=\frac{\pi}{6}+2\pi m$, $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi m$ $n,m\in\mathbb{Z}$

Место для скобы

Шифр 004261

№3.

Если $p(t)$ представима в виде произведения многочленов, то при любом t_0 $p(t_0)$ будет представима.

Докажем, что это не так.

~~n=4.~~

$p(t) = t^4+5t^3+3=0$

$p'(t) = 4t^3+3\cdot5t^2 = 4t^3+15t^2$

$p'=0 \to t^2(4t+15)$

$p'(t)$: $-$ 0 $+$ 0 $+$

$p(t)$: $\searrow$ $-\frac{15}{4}$ $\nearrow$ 0 $\nearrow$

$\Rightarrow t = -\frac{15}{4} \to$ т. min всей функции

$p\left(-\frac{15}{4}\right) = \left(-\frac{15}{4}\right)^4 + 5\cdot\left(-\frac{15}{4}\right)^3 + 3 = \frac{5^4\cdot 3^4}{4^4} +$

n=16

$t^{16}+5t^{15}+3=0$

$p'(t) = 16t^{15}+125t^{14}$

$p'=0$ $16t^{15}+125t^{14}=0$

$t^{14}(16t+125)=0$

$-$ 0 $+$ 0 $+$

$\searrow$ $-\frac{125}{16}$ $\nearrow$ 0 $\nearrow$

$\Rightarrow -\frac{125}{16} \to$ т. min всей функции

$p\left(-\frac{125}{16}\right) = \left(-\frac{125}{16}\right)^{16} - 5\cdot\left(\frac{125}{16}\right)^{15} + 3 = 0$

сравним числа $\left(\frac{125}{16}\right)^{16} \underset{>}{\vee} 5\cdot\left(\frac{125}{16}\right)^{15} \Big| : \left(\frac{125}{16}\right)^{15}$

$\frac{125}{16} \underset{>}{\vee} 5$

$5+\frac{45}{16} > 5$

$\Rightarrow P_{min} = p\left(-\frac{125}{16}\right) > 0 \Rightarrow$ невозможно разложить на множители при $n=16 \Rightarrow$ невозможно разложить.

Для общего случая доказ-ва нет.

4 б

Место для скобы

Шифр 004261

№4

$$\frac{x^3}{k+\sqrt[3]{2021^4}\,x}+\frac{\sqrt[3]{2021^4}\cdot x}{k+x^3}\leq\frac{3}{2}-\frac{k}{x(x^2+\sqrt[3]{2021^4})}$$

Пусть $\sqrt[3]{2021^4}\cdot x=a$

$x^3=b$

$$\frac{\overset{(k+b)(a+b)}{b}}{k+a}+\frac{\overset{(k+a)(a+b)}{a}}{k+b}\leq\frac{3}{2}-\frac{\overset{(k+a)(k+b)}{k}}{a+b}$$

$$\frac{a^3+b^3+k^3+a^2(k+b)+b^2(k+a)+k^2(a+b)+3akb}{(k+a)(a+b)(k+b}\leq\frac{3}{2}$$

0 б