Место для скобы

003811

**Шифр**

**ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»**

**ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ**
**заключительного этапа**

| | | |
|---|---|---|
| 1. | Предмет | МАТЕМАТИКА |
| 2. | Вариант | 1 |
| 3. | Класс | 11 |
| 4. | Фамилия | ДОРОЖКИН |
| | Имя | ИВАН |
| | Отчество | КИРИЛЛОВИЧ |
| 5. | Дата рождения | 16 (Число) 03 (Месяц) 2003 (Год) |
| 6. | Страна | Россия |
| 7. | Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)* | Москва |
| 8. | Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)* | город |
| 9. | Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)* | Москва |
| 10. | Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь | ГБОУ „Бауманская инженерная школа N 1580" |

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

*Личная подпись* ________

Место для скобы

Шифр 003811

**Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)**

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|---|---|---|---|
| 22 | 31.03.21 | Коржакова Е. Е. | [illegible] |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 7 | 7 | 5 | 0 | 22 |

N2.

$\sin x + \sin^3 x + 2020\cdot\sin^5 x = \cos(2x) + \cos^3(2x) + 2020\cdot\cos^5(2x)$

$(\sin x - \cos 2x) + (\sin^3 x - \cos^3 2x) + 2020(\sin^5 x - \cos^5 2x) = 0$

$(\sin x - \cos 2x) + (\sin x - \cos 2x)(\sin^2 x + \sin x\cdot\cos x + \cos^2 x) + 2020\cdot(\sin x - \cos 2x)\cdot$

$\cdot(\sin^4 x + \sin^3 x\cdot\cos 2x + \sin^2 x\cdot\cos^2 2x + \sin x\cdot\cos^3 2x + \cos^4 2x) = 0$

$(\sin x - \cos 2x)(1 + \sin^2 x + \sin x\cdot\cos x + \cos^2 x + 2020(\sin^4 x + \sin^3 x\cdot\cos 2x + \sin^2 x\cdot\cos^2 2x$

$+ \sin x\cdot\cos^3 2x + \cos^4 2x)) = 0$

Многочлены ~~≥0~~ поэтому $(1 + (\sin^2 x\ldots) + (\sin^4 x)) > 0$

!

1) $\sin x - \cos 2x = 0$

$\sin x = 1 - 2\sin^2 x$

$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0.$

$\sin x = t,\ t\in[-1;1]$

$2t^2 + t - 1 = 0$

$D = 1 + 8 = 9$

$t = \frac{-1\pm 3}{4} = \left[\begin{array}{l} \frac{1}{2} \\ -1 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sin x = -1 \end{array}\right.$

$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n\in Z$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k,\ k\in Z$

$x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi q,\ q\in Z$

2) ~~Каждое из выражен~~

Многочлены

$\sin^2 x + \sin x\cdot\cos x + \cos^2 x \geq 0$

$\sin^4 x + \sin^3 x\cdot\cos 2x + \sin^2 x\cdot\cos^2 2x + \sin x\cdot\cos^3 2x + \cos^4 2x \geq 0$ По свойству разложения многочлена $a^n - b^n$, ~~$k\in Z$~~.

где $n$-нечётное число. $(n = 3, 5, 7, 9\ldots)$

Док-во:

$a^n - b^n = 0$

$a^n = b^n$ ($n$-нечётное)

$a = b \quad a - b = 0$

~~больше нет корней~~ одно решение

Ответ: $\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi k,\ \frac{3\pi}{2} + 2\pi q,\ n, k, q \in Z.$



X

№ 3.

$F(x) = x^n + 5x^{n-1} + 3, \ n > 1, \ n \in Z$

Чтобы представить многочлен в виде произведения многочленов с целыми коэфф-ми положительной степени, многочлен должен иметь хотя бы один ~~целый~~ корень, и все корни должны быть целые числа.
В многочлене $f(x)$ коэффициент при старшей степени равен 1, следовательно ~~по теореме Виета для степени~~

$3 = x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n$, $x_1, x_2, x_n$ – корни многочлена.

По условию задачи все коэффициенты в ~~уравнении~~ ~~целые => корни~~ многочлена целые $\Rightarrow$ корни исходного многочлена должны быть целыми.

$3 \vdots 1$ $\quad 1^n + 5 \cdot 1^{n-1} + 3 = 5+3 = 8 \neq 0$

$3 \vdots -1$ $\quad -1^n - 5 \cdot (-1)^n + 3 = -4(-1)^n + 3 \neq 0$

$3 \vdots 3$ $\quad 3^n + \frac{5}{3} \cdot 3^n + 3 = 3 \cdot 3^{n-1} + 5 \cdot 3^{n-1} + 3 = 8 \cdot 3^{n-1} + 3 \neq 0$

$3 \vdots -3$ $\quad -3^n - \frac{5}{3} \cdot 3^n + 3 = 3 \cdot 3^{n-1} - 5 \cdot 3^{n-1} + 3 = -2 \cdot 3^{n-1} + 3 \neq 0$

У многочлена не может быть целых корней $\Rightarrow$ $f(x)$ не возможно представить в виде произведения м-ов с цел. коэфф.

Ответ: не возможно.

Место для скобы

№4.

Шифр 003811

$a > 0$
$x > 0$

$$\frac{x^3}{a+\sqrt[3]{2020^4}\cdot x}+\frac{\sqrt[3]{2020^4}\cdot x}{a+x^3}+\frac{a}{x^3+x\cdot\sqrt[3]{2020^4}}\le\frac{3}{2}$$

$x^3=p>0$
$x\sqrt[3]{2020^4}=R>0$
$a=q>0$

$$\frac{p}{q+R}+\frac{R}{q+p}+\frac{q}{p+R}\le\frac{3}{2}\quad \Big|+3\qquad \frac{3}{2}\to\frac{9}{2}$$

$$\frac{\frac{p+q+R}{q+R}+\frac{p+q+R}{q+p}+\frac{p+q+R}{p+R}}{3}\le\frac{3}{2}\ ??\ \Big|:3\qquad \frac{9}{2}\to\frac{3}{2}$$

Запишем неравенство о средних $\dfrac{a_1+a_n}{n}\geqslant\dfrac{n}{\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_n}}$ $a_1, a_n > 0$

$$\frac{\frac{p+q+R}{R+q}+\frac{p+q+R}{q+p}+\frac{p+q+R}{p+R}}{3}\geqslant\frac{3}{\frac{R+q+q+p+p+R}{p+q+R}}\geqslant\ !\ \frac{3}{2}\le\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{\left(\frac{2p+2R+2q}{p+R+q}\right)}=\frac{3}{2}$$

$\Rightarrow$ Неравенство выполняется ~~при~~, когда все знаки $\geqslant$ ~~переходят~~ переходят в $=$, т.е. $p=R=q$ по свойству неравенств о средних.

$x^3=x\cdot\sqrt[3]{2020^4}=a$ $\qquad a>0$, $x>0$

$x=\sqrt[6]{2020^4}=\sqrt[3]{2020^2}$; $a=x\cdot\sqrt[3]{2020^4}=\sqrt[3]{2020^2}\cdot\sqrt[3]{2020^4}=$

$=\sqrt[3]{2020^6}=2020^2.$

Ответ: $a=2020^2$.



$\pm$

Место для скобы

Шифр

№1.

$x - ?$ $\quad \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2+2021}$ ; $x - \frac{1}{x}$ ; $\frac{1}{x^2+2021} - \frac{1}{x}$ — целые

$$\begin{cases} x - \frac{1}{x} = m \quad (1) \\ \frac{1}{x^2+2021} - \frac{1}{x} = n \quad (2) \end{cases} \quad m, n \in \mathbb{Z}$$

1) $-\frac{1}{x} = m - x$

2) $\frac{1}{x^2+2021} + m - x = n$

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2+2021} - \frac{1}{x} = n \\ \frac{1}{x^2+2021} - x = n - m \end{cases}$$

$(a \neq 0, b \neq 0, a \neq b, a \neq$

При вычитании ~~из~~ чисел $\frac{a}{b}$ и $\frac{b}{a}$ не могут получиться ~~числа $x$ и $\frac{1}{x}$ не могут быть~~ целые числа в обоих случаях

$\frac{1}{x^2+2021} \in (0;1)$ Число $x$ должно быть не целым, чтобы оно подошло.

~~Число $\frac{1}{x^2+2021} - \frac{1}{x}$ должно быть целым~~

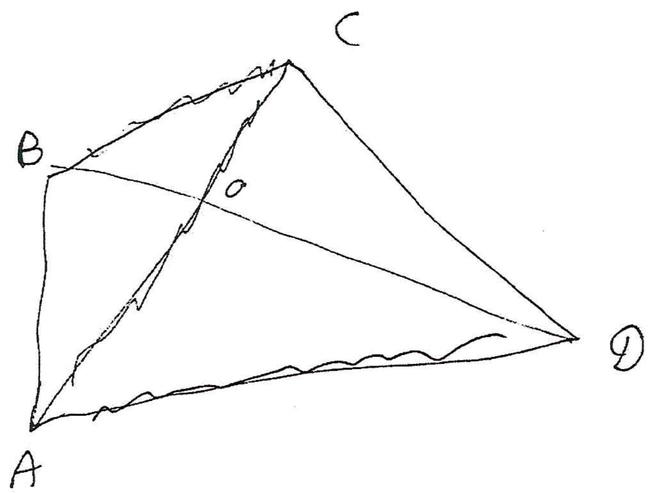
Ответ: ~~та~~ числа $x$ не существует.

1/x

Место для скобы

**Шифр**

№5.



$S_{ABCD} = 32$

$BC + AD + AC = 16$

$BD - ?$

$BD < AD + AC + BC$ (нер-во прямой)

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot \sin\angle COD = 32 \text{ ед}^2.$$

по т. Косинусов: $AD^2 = AO^2 + OD^2 - 2AO \cdot OD \cdot \cos(180° - \angle COD)$

$BC^2 = BO^2 + OC^2 - 2BO \cdot OC \cdot \cos(180° - \angle COD)$