ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»

07431

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

заключительного этапа

мет	Математика
нт	1
	11 И
лия	ДОЛГОВА
	ТАТЬЯНА
тво	АЛЕКСАНДРОВНА
рождения	19 (Число) 11 (Месяц) 2005 (Год)
а	Россия
н *(пр: Томская обл., инградская область)*	Новосибирская
ниципального образования *л, деревня, село, город)*	город
енный пункт *(пр: Томск, ово, Псков)*	Карасук
е наименование овательного учреждения, ром Вы обучаетесь в е время	МБОУ технический лицей №176

асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

1	2	3	4	5
7	0	2	7	2

Шифр 07431

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
18б	30.03.23	[illegible]	[illegible]

1 вариант

№1

$2x^2+2x^2z^2+z^2+7y^2-42y+33=0$ x, y, z − целые

$2x^2(1+z^2)+(z^2+1)-1+7(y^2-2y\cdot 3+9)-63+33=0$

$(1+z^2)(2x^2+1)+7(y-3)=31$

7б

при $y=1$

$\left[\begin{array}{l}(1+z^2)(2x^2+1)=3\cdot 1\\(1+z^2)(2x^2+1)=1\cdot 3\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}z^2=2,\ x^2=0\ \varnothing\\z^2=0,\ x^2=1\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}z=0\\x=\pm 1\end{array}\right.$

$(1;1;0)$ $(-1;1;0)$

при $y=2$

$(1+z^2)(2x^2+1)=24$

$(1+z^2)(2x^2+1)=\underset{\varnothing}{2\cdot 12};\ \underset{\varnothing}{12\cdot 2};\ \underset{\varnothing}{4\cdot 6};\ \underset{\varnothing}{6\cdot 4};\ \underset{\varnothing}{8\cdot 3};\ \underset{\varnothing}{3\cdot 8};$ $\underset{\varnothing}{24\cdot 1};\ \underset{\varnothing}{1\cdot 24}$

$\left[\begin{array}{l}z^2=1\\x^2=\frac{11}{2}\end{array}\right.\varnothing$ $\left[\begin{array}{l}z^2=11\\x^2=\frac{1}{2}\end{array}\right.\varnothing$ $\left[\begin{array}{l}z^2=3\\x^2=\frac{5}{2}\end{array}\right.\varnothing$ $\left[\begin{array}{l}z^2=5\\x^2=\frac{3}{2}\end{array}\right.\varnothing$ $\left[\begin{array}{l}z^2=7\\x^2=1\end{array}\right.\varnothing$

$\left[\begin{array}{l}z^2=2\\x^2=\frac{7}{2}\end{array}\right.\varnothing$ $\left[\begin{array}{l}z^2=23\\x^2=0\end{array}\right.\varnothing$ $\left[\begin{array}{l}z^2=0\\x^2=23\end{array}\right.\varnothing$ при $y=2$ − нет целых корней

при $y=3$ − нет целых корней

$(1+z^2)(2x^2+1)=31$

при $y=4$

скобы

12

Шифр 07431

$(1+z^2)(2x^2+1)=24$

тоже, что и при $y=2$ - нет целых корней

при $y=5$

$(1+z^2)(2x^2+1)=3\cdot 1;\ 1\cdot 3$

$\left[\begin{array}{l} z^2=2 \\ x^2=0 \end{array}\right. \varnothing \quad \left[\begin{array}{l} z^2=0 \\ x^2=1 \end{array}\right. \Rightarrow \quad x=1 \quad (1;5;0)$

$x=-1 \quad (-1;5;0)$

$z=0$

Ответ: $(1;5;0)(-1;5;0)$

$(1;1;0)\ (-1;1;0)$

№4

$ax^3-ax^2+bx+b=0 \quad a\neq 0$

$x^3-x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b}{a}=0$

7.0

$(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=-1$

по т. Виетта:

$\begin{cases} x_1\cdot x_2\cdot x_3=-\frac{b}{a} \\ x_1\cdot x_2+x_1\cdot x_3+x_2\cdot x_3=\frac{b}{a} \\ x_1+x_2+x_3=1 \end{cases}$

т.к. $x_1+x_2+x_3=1$

$1\cdot\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=-1$

$\frac{x_2\cdot x_3+x_1\cdot x_3+x_2\cdot x_1}{x_1\cdot x_2\cdot x_3}=-1$

$-\frac{b\cdot a}{a\cdot b}=-1$

$-1=-1$

№5

ч. т. д.

$FM^2+FN^2+FK^2=const$

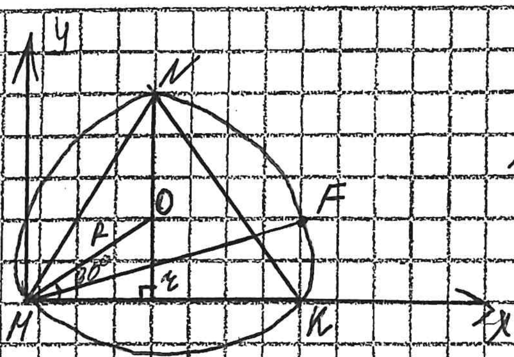
Δ - равност.

стороны возьмем за 2

2.0

Место для скобы

Шифр 07431



$N(1;\sqrt{3})$ $\quad F(x_1;y_1)$

$M(0;0)$

$K(2;0)$

$\vec{NF}\{x_1-1;\ y_1-\sqrt{3}\}$

$\vec{KF}\{x_1-2;\ y_1\}$

$\vec{MF}\{x_1;\ y_1\}$

$tg(30)=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{r}{1}$

$r=\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\quad O\left(1;\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

$\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2$

$(x_1-1)^2+(y_1-\sqrt{3})^2+(x_1-2)^2+y_1^2+x_1^2+y_1^2=$

$=x_1^2-2x_1+1+y_1^2-2\sqrt{3}y_1+3+x_1^2-4x_1+4+y_1^2+x_1^2+y_1^2=$

$=3x_1^2-6x_1+3y_1^2-2\sqrt{3}y_1+8=3(x_1^2-2x_1+1)(\sqrt{3}y_1-1)^2+4=$

$\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$

$=\underbrace{3(x_1-1)^2+(\sqrt{3}y_1-1)^2}_{4}+4$

$(x-1)^2+\left(y-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2=\frac{4}{3}$ (R)

$\frac{(x-1)^2}{1}+\frac{(\sqrt{3}y-1)^2}{3}=\frac{4}{3}$

$3(x-1)^2+(\sqrt{3}y-1)^2=4$

$4+4=8$

$\Downarrow$

$FM^2+FN^2+FK^2=const$

N3

$\frac{2a}{3(b+c)}+\frac{2b}{3(a+c)}+\frac{2c}{3(a+b)}\geq 1$ $\quad \frac{a+b}{2}\geq\sqrt{a\cdot b}$ нер. Коши

$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}\geq\frac{3}{2}$ $\quad a+b\geq 2\sqrt{ab}$

$\frac{a+b+c}{3}\geq\sqrt[3]{a\cdot b\cdot c}$

$\frac{a}{2\sqrt{bc}}+\frac{b}{2\sqrt{ac}}+\frac{c}{2\sqrt{ab}}\geq\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}\geq\frac{3}{2}$

$\frac{1}{a+b}\leq\frac{1}{2\sqrt{ab}}$

$\frac{a}{\sqrt{bc}}+\frac{b}{\sqrt{ac}}+\frac{c}{\sqrt{ab}}\geq\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}\geq 3$

25

Недоказано нер.

скобы

Шифр 7431

$$\frac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}+c^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\cdot\sqrt{c}} \geq 3 \qquad \frac{\frac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}+c^{\frac{3}{2}}}{3}}{\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\cdot\sqrt{c}} \geq 1$$

$$\frac{\frac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}+c^{\frac{3}{2}}}{3}}{\sqrt{abc}} \geq \frac{\sqrt[3]{a^{\frac{3}{2}}\cdot b^{\frac{3}{2}}\cdot c^{\frac{3}{2}}}}{\sqrt{a\cdot b\cdot c}} = \frac{\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\cdot\sqrt{c}}{\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\cdot\sqrt{c}} = 1$$